



MINISTERIO
DE EDUCACIÓN
Y FORMACIÓN PROFESIONAL

PILOT DE LA PROVA PER A L'ACCÉS A LA UNIVERSITAT

1r de Batxillerat
Curs 2022-2023

Matemàtiques I

A

INSTRUCCIONS GENERALS I QUALIFICACIÓ

Aquesta prova consta de **tres unitats d'avaluació**. Una unitat d'avaluació consisteix en un enunciat en el qual es planteja una situació de la realitat i a continuació es proposa un problema i dues qüestions.

Després **de llegir atentament** les tres unitats d'avaluació, haurà de respondre de forma raonada a **dues d'aquestes**. En total haurà de resoldre **dos problemes** i respondre a **quatre qüestions**.

En el full de respostes indique quines unitats d'avaluació respondrà i marque clarament el codi de cada problema o qüestió que contestarà. Totes les respostes hauran d'estar justificades convenientment.

Cada problema correctament i completament resolt es valorarà amb 3 punts. Cada qüestió correctament resposta i raonada es valorarà amb 1 punt. La valoració de cada apartat s'especifica en l'enunciat.

En aquesta pàgina es recullen fórmules que poden ser necessàries per a resoldre l'exercici. Pot ser que no siga necessari utilitzar-les totes. El separador decimal usat en els enunciats és el punt.

Pot usar-se qualsevol tipus de calculadora, sempre que no dispose de connexió a Internet ni possibilitat de transmissió de dades.

TEMPS MÀXIM PER A LA PROVA: 105 MINUTS

ALGUNES FÓRMULES

Distància entre dos punts $A = (x_1, i_1)$ i $B = (x_2, i_2)$:

$$d(A, B) = |\overline{AB}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (i_2 - i_1)^2}$$

Equació vectorial de la recta: $A = (x_1, i_1)$ i $\vec{v} = (v_1, v_2)$

$$(x, i) = \overline{OA} + \lambda \cdot \vec{v} \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

Equació paramètrica de la recta:

$$r: \begin{cases} x = x_1 + \lambda \cdot v_1 \\ i = i_1 + \lambda \cdot v_2 \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

Equació contínua de la recta:

$$\frac{x - x_1}{v_1} = \frac{i - i_1}{v_2}$$

Equació general de la recta: $ax + by + c = 0$

Equació explícita de la recta: $i = m \cdot x + n$

Velocitat: $v = \frac{e}{t}$

Forma cartesiana d'un nombre complex: $z = (a, b)$

Forma binòmica d'un nombre complex:

$$z = a + b \cdot i$$

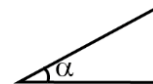
Forma polar d'un nombre complex:

$$z = \text{Mòdul} \cdot \text{argumente (angle } \alpha)$$

Forma trigonomètrica d'un nombre complex:

$$z = \text{Mòdul} \cdot (\cos \alpha + i \cdot \text{sense } \alpha)$$

En un triangle rectangle, si $0 < \alpha < 90^\circ$



$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{catet oposat}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{cos } \alpha = \frac{\text{catet contigu}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{catet oposat}}{\text{catet contigu}}$$

UNITAT D'AVALUACIÓ: EL CIRCUIT RICARDO TORMO DE XEST

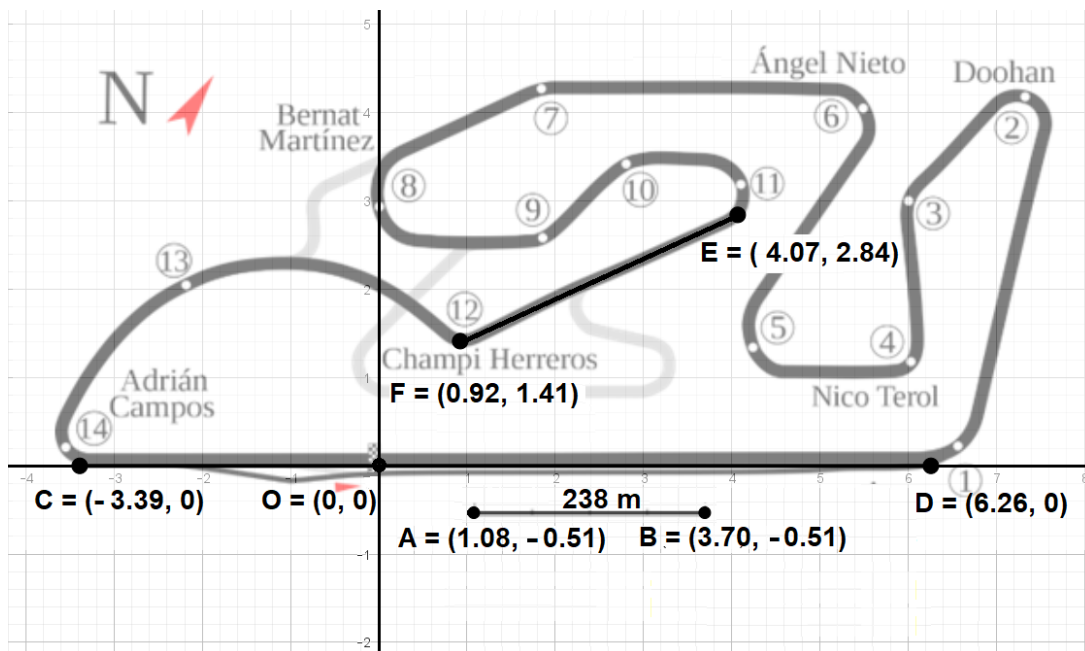
El Circuit de la Comunitat Valenciana Ricardo Tormo és un autòdrom situat a Xest a la província de València. Va ser construït l'any 1999 i està previst que, com a mínim, continue albergant el Gran Premi de la Comunitat Valenciana, prova puntuable per al Campionat del Món de Motociclisme, fins a 2023. Compta amb una capacitat per a 165.000 espectadors i té el nom del campió de motociclisme valencià Ricardo Tormo, doble campió del món de 50 cc.

CODI CP1. CIRCUIT. PROBLEMA 1

Observe el pla del circuit a escala. Compta amb un traçat principal de 4005 metres de longitud, una recta principal aproximadament de 876 metres i 14 corbes (numerades en el pla des del punt d'origen i final senyalitzat amb la lletra O).

Segons les informacions de la premsa esportiva, Xest és un circuit estret. Aquesta característica, juntament amb les corbes tancades i les rectes curtes dificulten els avançaments. Aquest circuit presenta la velocitat mitjana més baixa de tots els circuits en què se celebra el campionat del món, amb 157 km/h.

Dani Pedrosa, el pilot amb més victòries en aquest circuit, explica que és just en el tram de recta entre les corbes 11 i 12, delimitat pels punts E i F, on es pot llançar aquest últim atac per arribar a meta en primera posició quan es disputa una carrera molt atapeïda.



Amb les dades anteriors:

- (1 punt)** Verifique, a través de la informació que apareix en el pla (segmente AB), que la longitud de la recta principal del circuit, delimitada pels punts C i D, coincideix aproximadament amb la que es dona en la descripció del circuit.
- (1 punt)** El dron que retransmet les imatges necessita conèixer l'expressió algebraica de l'equació de la recta que passa pels punts E i F. Construeixca l'equació general d'aquesta recta.
- (1 punt)** Calcule el temps (en segons) del qual disposen els pilots per a fer un avançament entre els punts E i F, suposant que en aquest tram van a la velocitat mitjana que presenta en aquest circuit (temps que tardarien a recórrer aquesta recta).

CODI CC1. CIRCUIT. QÜESTIÓ 1

En els esdeveniments i concentracions com els d'un Gran Premi de Motociclisme, en els quals hi ha molts desplaçaments per carretera, des de la Direcció General de Trànsit (DGT) es posa l'accent en la prudència, la velocitat i el consum d'alcohol. La recomanació és no conduir mai sota els efectes de l'alcohol, per molt baixa que siga la seua concentració en sang. La següent taula mostra els límits de concentració d'alcohol en sang permesos per la DGT.

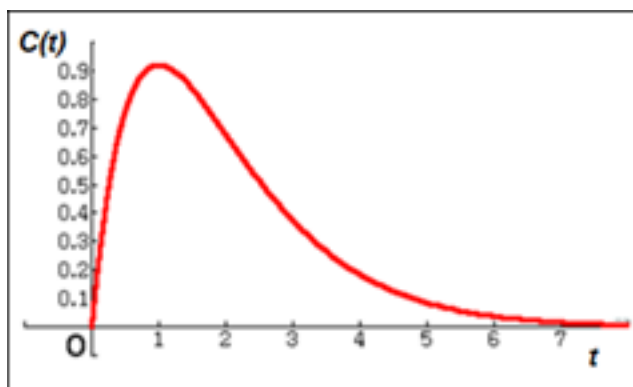
Taxa d'alcoholèmia	TIPUS DE CONDUCTOR	EN SANG
	Conductors en general	0.5 g /l
	Novells i professionals	0.3 g/l

Taula 1: límits establits per la normativa actual de la DGT

Suposem que la taxa de concentració en sang ve donada, en general, per la funció

$$C(t) = 2.5 \cdot t \cdot e^{-t}, \quad t \in [0, +\infty)$$

on t és el temps en hores des de la ingesta d'alcohol i $C(t)$ la concentració d'alcohol en sang en g/l. La gràfica de la funció és la següent:



Es demana:

(0.5 punts cada tipus de conductor: 1 punt en total) A partir de quin moment, després de la ingesta d'alcohol, un conductor pot estar segur que no supera el límit establert? Proporcione una resposta per cada tipus de conductor. La resposta ha de ser la més aproximada possible.

CODI CC2. CIRCUIT. QÜESTIÓ 2

Dos proveïdors, Amotalia i Bemotos, proporcionen a la indústria de la motocicleta 1.400 i 1.100 peces d'unes determinades característiques, respectivament. El 2 % de les peces produïdes per Amotalia i el 3 % de les de Bemotos són defectuoses. Es demana:

a) **(0.5 punts)** Complete la taula:

	Peces defectuoses	Peces no defectuoses	Total
Proveïdor Amotalia			
Proveïdor Bemotos			
Total			2.500

b) **(0.5 punts)** Calcule de forma raonada la probabilitat que una peça provinga del proveïdor Amotalia sabent que és defectuosa.

UNITAT D'AVUACIÓ: ESTRELA MUDÈJAR

En l'art mudèjar es repeteixen diferents motius i patrons geomètrics. Un d'aquests és l'estrela mudèjar de 8 puntes que es mostra en la Figura 1:



Figura 1: Detall de la Catedral de Saragossa en el qual s'aprecien estrelles mudèjars

(font https://matematicasentumundo.es/FOTOGRAFIAS/fotografia_laseo.htm,

José María Sorando)

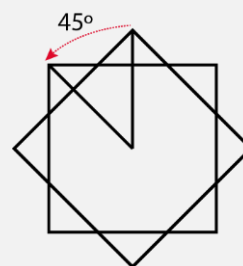


Figura 2: Construcció d'una estrela mudèjar a partir de dos quadrats iguals

Per generar el perfil d'una d'aquestes estrelles mudèjars, es poden utilitzar dos quadrats del mateix costat, girant un d'aquests 45° com s'observa a la Figura 2.

CODI EP1. ESTRELA MUDÈJAR. PROBLEMA 1

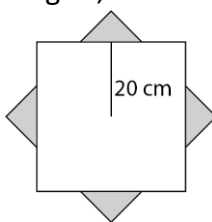
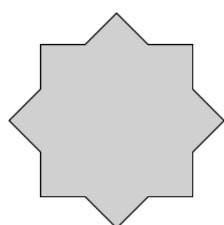
En unes obres de restauració de la catedral es necessita tornar a posar taulells en una zona del mur que conté **estrelles mudèjars** com les que s'observen en la Figura 1 i que s'esquemmatitzen en la Figura 3. Aquestes estrelles es construeixen a partir de dues estrelles mudèjars concèntriques de diferent grandària. La part interior de la xicoteta s'emplena de taulells blancs i la part que queda entre ambdues s'emplena amb taulells de color.



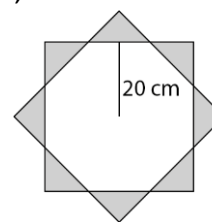
Figura 3

Amb la informació anterior:

- a) **(1.5 punts)** Calcule, en metres quadrats, la superfície de l'estrela exterior, basada en el quadrat de 40 cm de costat. Observe la Figura 4 en la qual es mostra que l'estrela pot descompondre's de diverses formes: un quadrat i 4 triangles; o 1 octàgon i 8 triangles, entre altres:



Proposta de descomposició 1



Proposta de descomposició 2

Figura 4

- b) **(1.5 punts)** Per realitzar la reforma es necessiten cinc peces com les de la Figura 3 la part exterior de la qual es basa en un quadrat de **40 cm de costat** i l'interior de **30 cm de costat**. Si els taulells de color costen a 400 € el metre quadrat i els blancs a 100 € el metre quadrat, calcule el preu de la reforma.

Observació: Si no ha resolt l'apartat anterior, supose que el resultat d'aquest apartat és de 0.25 m^2 .

CODI EC1. ESTRELA MUDÈJAR. QÜESTIÓ 1

Els arquitectes que planifiquen la reforma necessiten conèixer les coordenades de diversos punts per fer els plans. Han representat una estrela en uns eixos de coordenades, com es mostra en la Figura 5. La figura s'ha girat respecte a l'eix horitzontal.

Com haurà observat, els punts A, B, C, D, E, F, G i H formen un octàgon regular, com es mostra en la Figura 5. Les coordenades del punt A son (18.35, 11.47).

Com vosté sap, els vèrtexs d'un octàgon són els afixos^(*) de les arrels vuitenes d'un nombre complex.

- (0.25 punts)** Calcule l'angle que forma l'eix d'abscisses amb el segment OD (argument del nombre complex l'afix del qual és D).
- (0.5 punts)** Calcule el mòdul de \overrightarrow{OD} (mòdul del nombre complex l'afix del qual és D). Escriga el nombre complex l'afix del qual és D en forma polar.
- (0.25 punts)** Calcule les coordenades cartesianes de D.

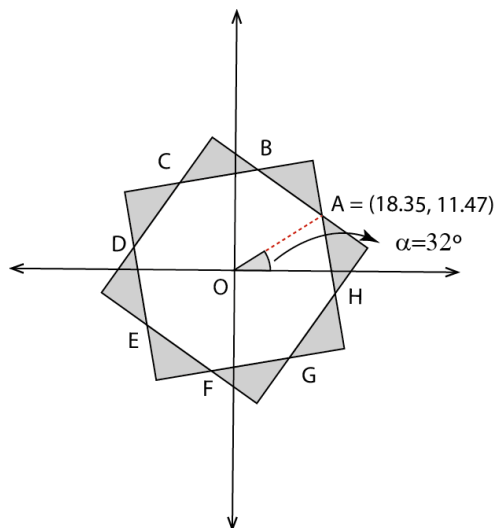
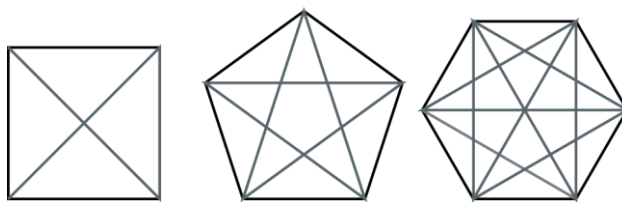


Figura 5

(*) **Afix:** punt del pla que representa les coordenades cartesianes d'un nombre complex.

CODI EC2. ESTRELA MUDÈJAR. QÜESTIÓ 2

(1 punt) Pels actes commemoratius d'un dels centenaris de la catedral, la ciutat ha decidit decorar els carrers amb diferents elements geomètrics. Un tipus de peces que es penjaran sobre els carrers consisteix en perfils metàl·lics amb forma de polígon regular. Les diagonals dels polígons s'adornaran amb cintes de colors.



Una de les següents fórmules proporciona el nombre de cintes que es necessitaran per decorar cadascun dels arcs poligonals segons **el nombre de costats que tinga, al qual denominem n**.

Seleccióne la fórmula que representa el nombre de cintes necessàries segons el nombre de costats del polígon. Només una resposta és correcta. **Raona la resposta.**

A. $(n - 3) \cdot (n - 2)$

C. $\frac{(n-1) \cdot (n-2)}{3}$

B. $\frac{n \cdot (n-3)}{2}$

D. $(n - 3)^2 \cdot (n - 2)$

UNITAT D'AVUACIÓ: LLOGUER D'HAMAQUES I OMBREL·LES

Una empresa que lloga a la platja hamaques i ombrel·les ha calculat que en temporada alta pot llogar cada hamaca durant un total de 12 hores al dia. Abans de fixar el preu de lloguer per hora analitza experiències anteriors, tenint en compte la inflació i la situació del mercat. Sap que:

- Si el lloguer per hora fora 0 € l'hamaca estaria totes les hores del dia llogada.
- Si el lloguer per hora fora 96 cèntims o més, als clients els semblaria massa car i no llogaria cap hamaca.
- Per preus del lloguer entre 0 euros i 96 cèntims per hora, per cada 8 cèntims d'augment en el preu l'hamaca es llogaria una hora menys.

CODI HP1. LLOGUER D'HAMAQUES I OMBREL·LES. PROBLEMA 1

L'empresa modelitza el temps de lloguer de cada hamaca en la temporada segons el següent model lineal:

$$T(p) = 12 - \frac{p}{8} \text{ amb } 0 \leq p \leq 96$$

On p és el preu del lloguer per hora i $T(p)$ el temps, en hores, en què l'hamaca estaria llogada al dia si es fixa el preu en p cèntims.

- (0.5 punts)** Represente la gràfica de la funció.
- (1 punt)** Mostre si la funció amb la qual modelitza l'empresa el temps que l'hamaca està llogada en funció del preu compleix les tres condicions descrites.
- (1.5 punts)** El benefici que obté l'empresari per dia ve donat per:

$$B(p) = p \cdot T(p)$$

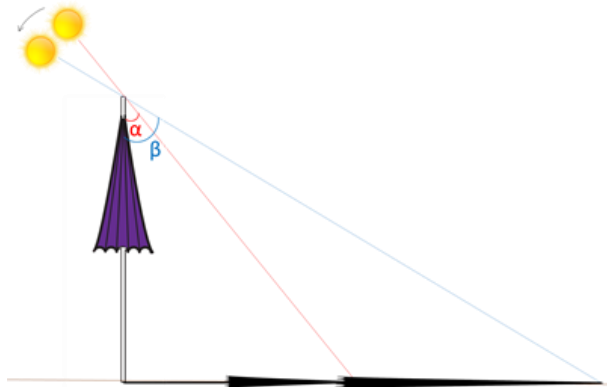
Determine el preu al qual hauria de fixar el lloguer per hora per obtindre el major benefici i calcule aquest benefici. Represente la funció.

CODI HC1. LLOGUER D'HAMAQUES I OMBREL·LES. QÜESTIÓ 1

(1 punt)

L'encarregat del lloguer de les hamaques observa l'ombra que projecta una ombrel·la al final del dia i s'adona que en mitja hora la longitud de l'ombra s'ha duplicat. Observe el dibuix, en el qual s'ha dibuixat la situació de forma esquematitzada mostrant totes dues ombres en el mateix pla, i responga **de forma raonada** quina de les següents afirmacions és certa:

- A. $\beta = 2 \cdot \alpha$
- B. $\sin \beta = 2 \cdot \sin \alpha$
- C. $\cos \beta = 2 \cdot \cos \alpha$
- D. $\tan \beta = 2 \cdot \tan \alpha$



CODI HC2. LLOGUER D'HAMAQUES I OMBREL·LES. QÜESTIÓ 2

(1 punt)

A 30 d'agost l'empresa té les dades del nombre d'hores que ha llogat una hamaca cada dia del mes i ha calculat que, de mitjana, es va llogar 9 hores cada dia. Falten per conèixer les hores que es llogarà el dia 31. Seleccione quin de les següents opcions és correcta (només n'hi ha una) i argumente la resposta.

- A. La mitjana del conjunt de dades serà major.
- B. La mitjana serà menor en dividir entre 31 en comptes d'entre 30.
- C. Com les dades sumaran més, la mitjana serà major.
- D. Pot ser que la mitjana no canvie, però sense saber la nova dada no es pot assegurar.