



Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprendre
per aprendre:
competències
matemàtica i lectora»

27-28
mayo
maig

Palau Firal i
de Congressos
de Tarragona

Organizadores | Organitzadors



tothom



Colaboradores | Col·laboradors



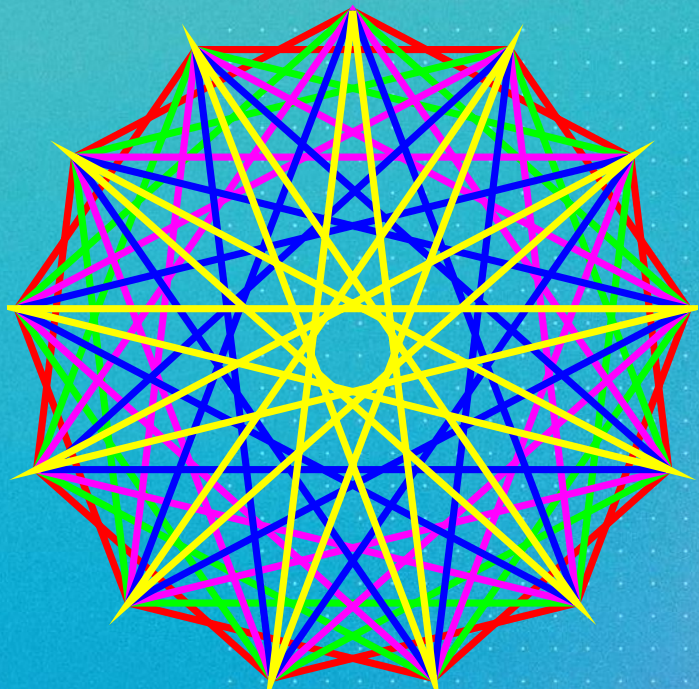
ENREDANDO CON EL SENTIDO NUMÉRICO

Carmen Casares y Eugenia Sanjurjo
Instituto Nacional de Evaluación Educativa
Mayo 2026

Organizadores | Organitzadors



Colaboradores | Col·laboradors



HILORAMAS

Primos, divisores y primos entre sí

Organizadores | Organitzadors



Colaboradores | Col·laboradors



HILORAMAS

Materiales

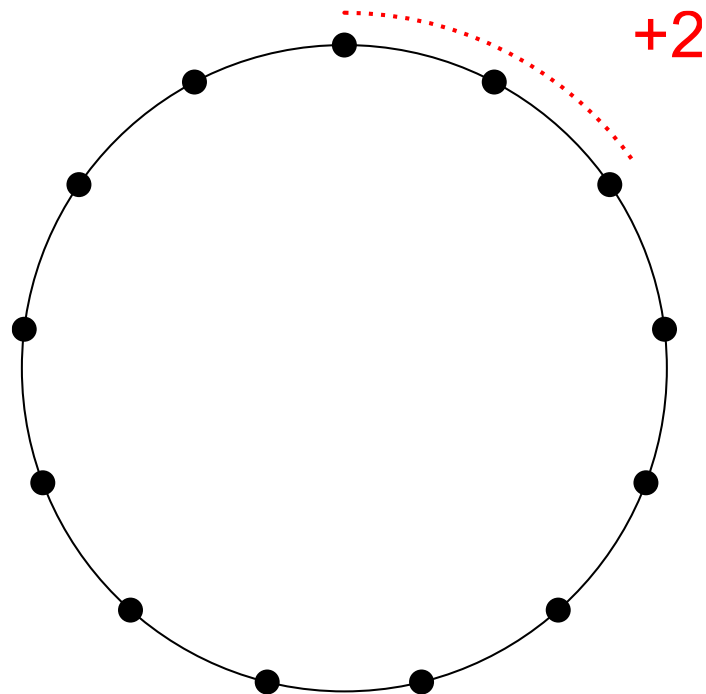
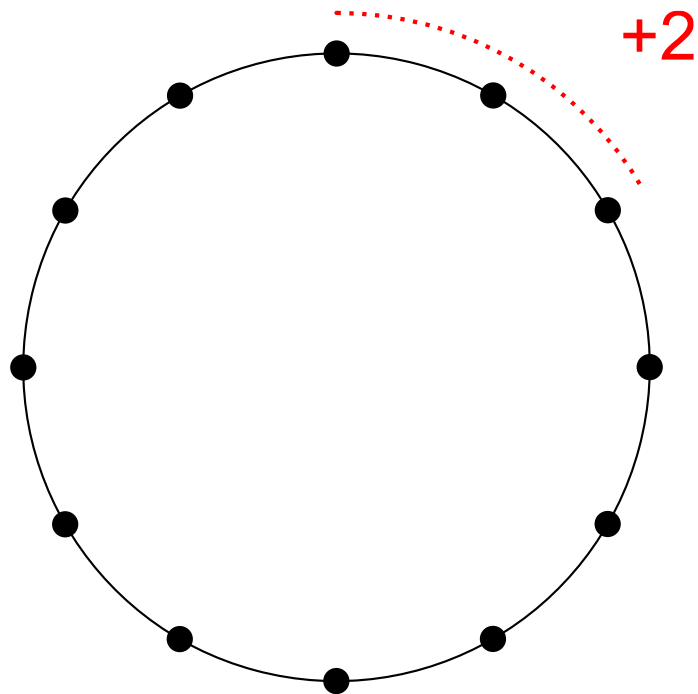
1. Tablero de corcho
2. 15 chinchetas para corcho
3. 2 m de hilo grueso (1 mm) de colores
4. Plantillas para hiloramas

Procedimiento

1. Coloca la plantilla sobre el corcho y distribuye las chinchetas según sus flechas.
2. Fija el hilo a una de las chinchetas.
3. Pasa el hilo cada 2, 3, 4... chinchetas según te indiquen.



HILORAMAS: +2

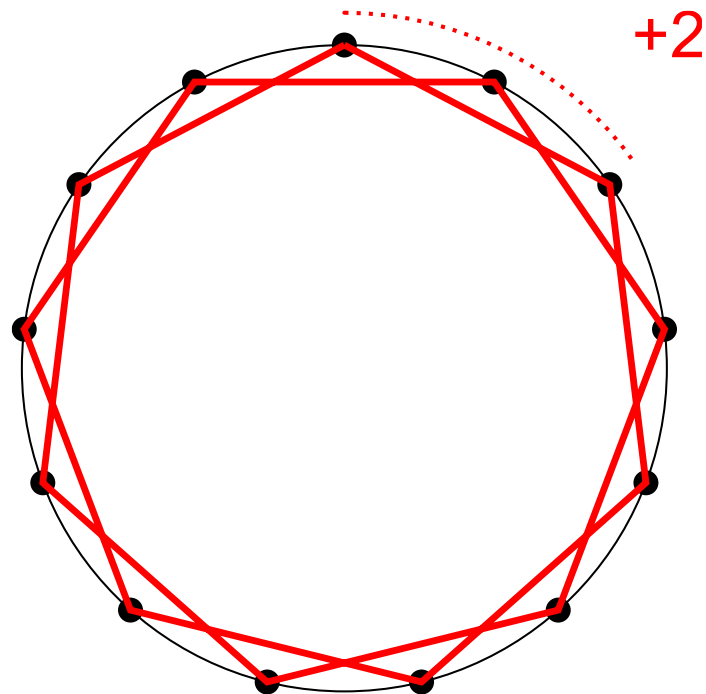
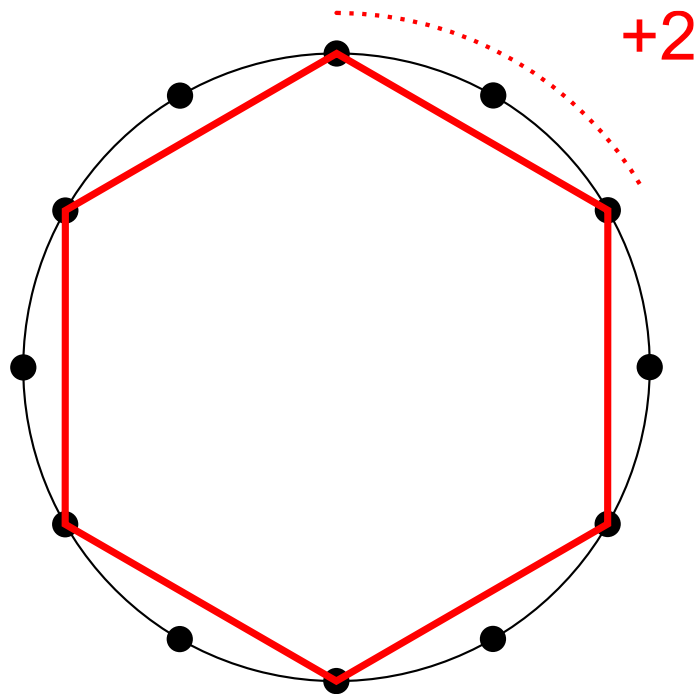


Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprende
per aprende:
competències
matemàtica i lectora»



HILORAMAS: +2

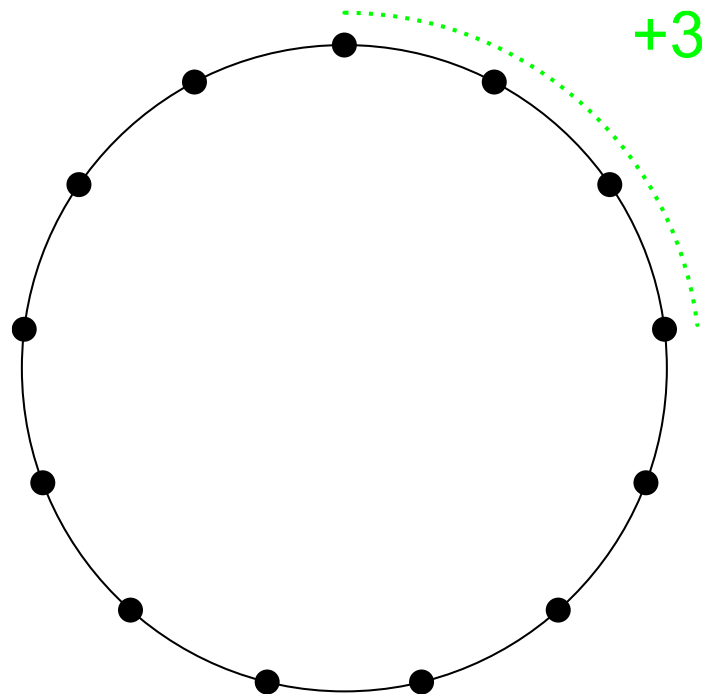
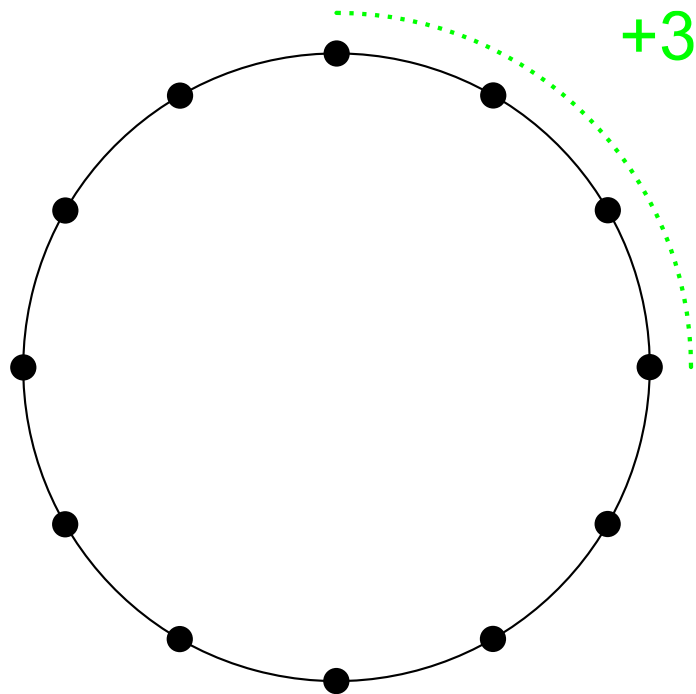


Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprende
per aprende:
competències
matemàtica i lectora»



HILORAMAS: +3

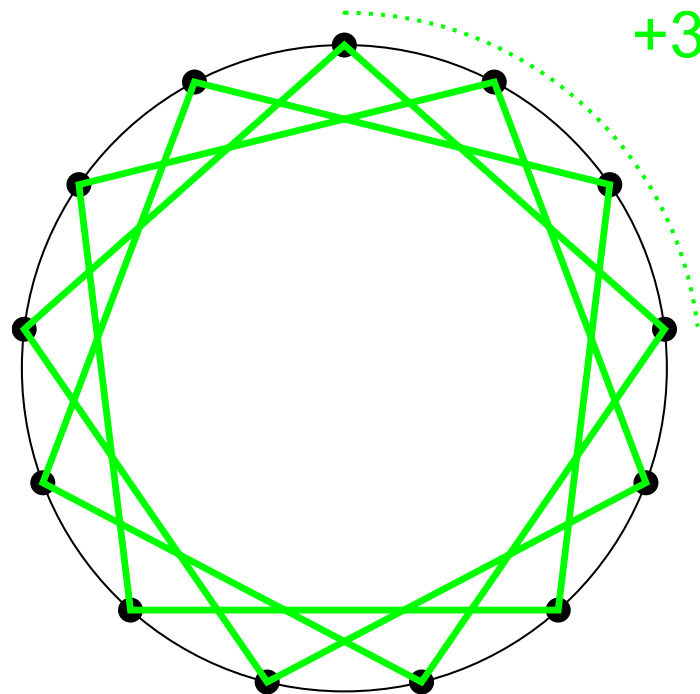
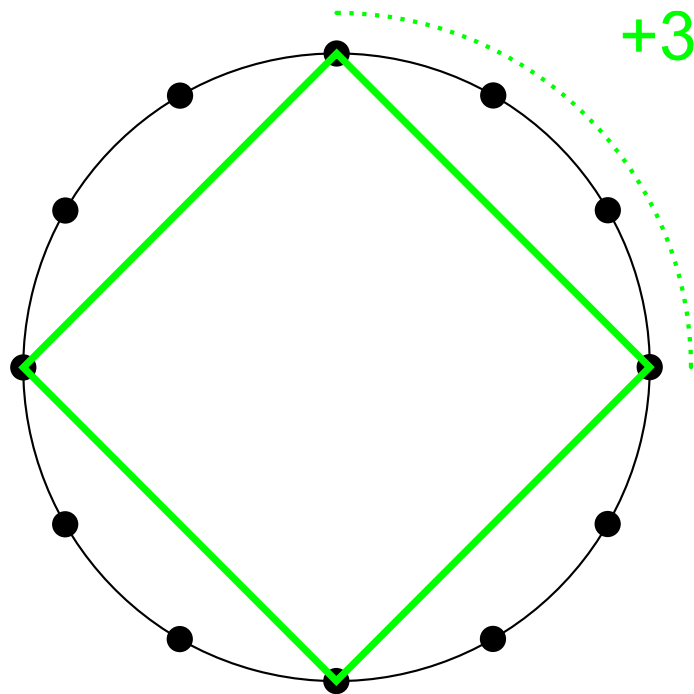


Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprende
per aprende:
competències
matemàtica i lectora»



HILORAMAS: +3

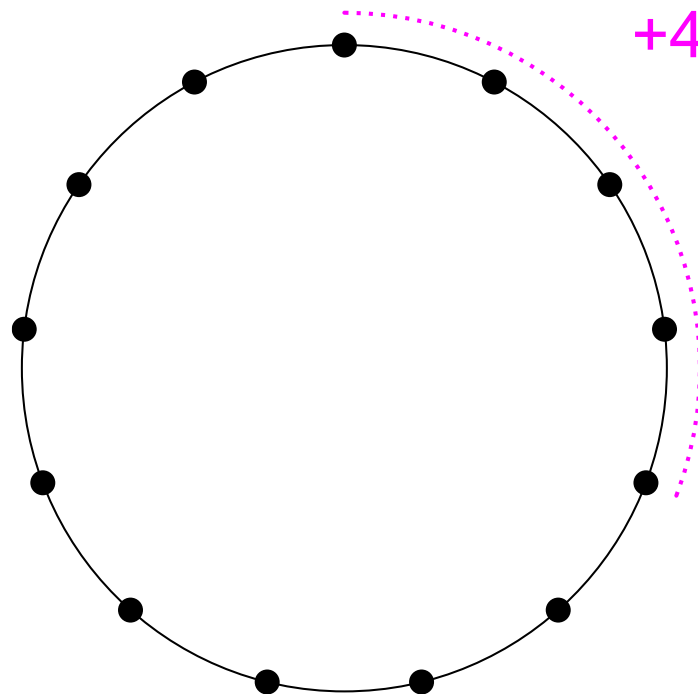
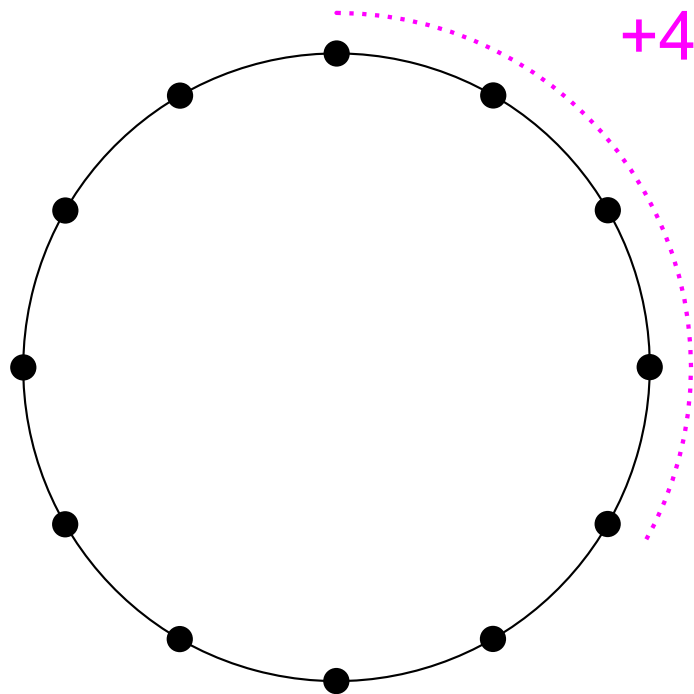


Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprende
per aprende:
competències
matemàtica i lectora»



HILORAMAS: +4

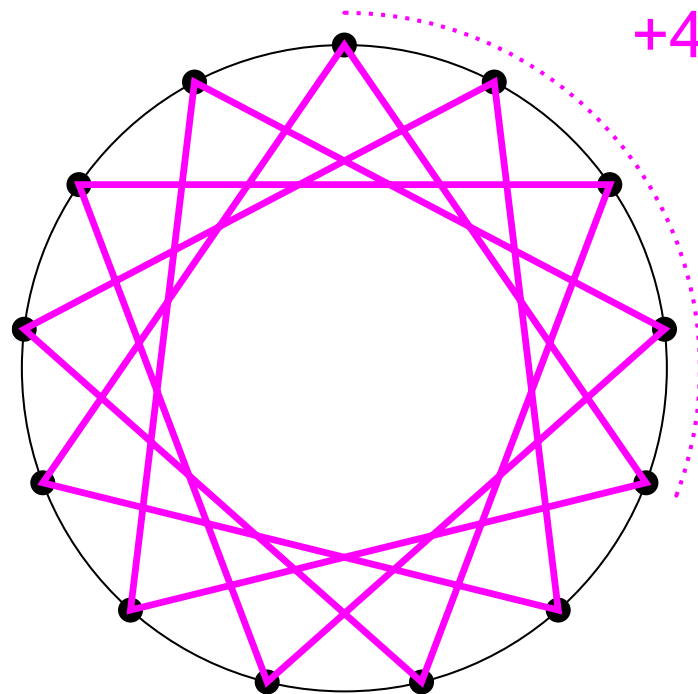
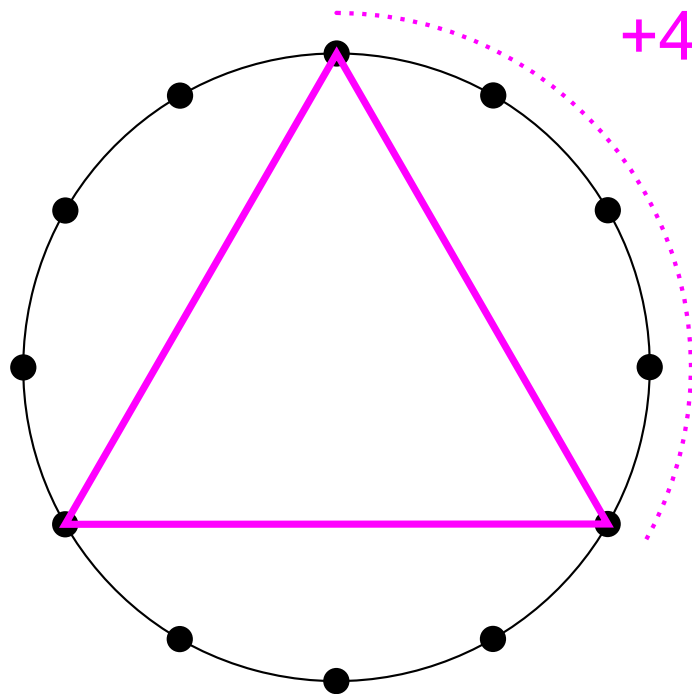


Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprende
per aprende:
competències
matemàtica i lectora»



HILORAMAS: +4



Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprende
per aprende:
competències
matemàtica i lectora»



HILORAMAS: OBSERVACIONES

1. ¿Cuántas chinchetas tiene tu hilorama? ¿Es un número primo o compuesto?
2. ¿Cómo se llama el polígono regular que forman las chinchetas de tu hilorama?
3. ¿Qué formas tienen los hiloramas que has construido: polígonos o estrellas?

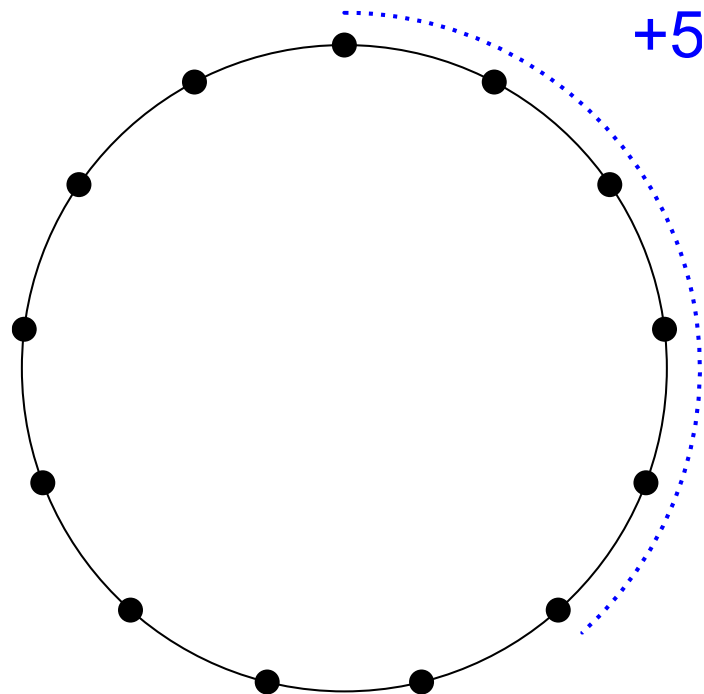
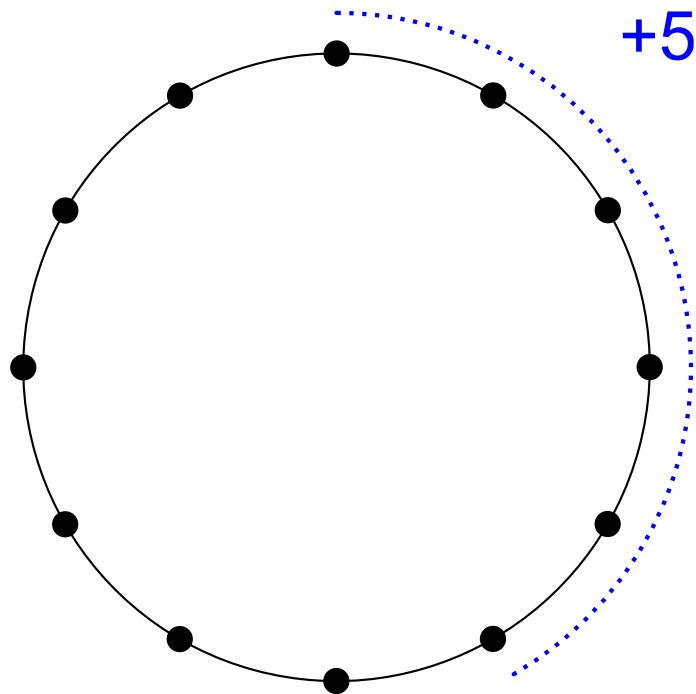


HILORAMAS: PRIMERA INVESTIGACIÓN

1. ¿En el dodecágono se generan siempre polígonos?
2. ¿En el tridecágono se generan siempre polígonos estrellados?



HILORAMAS: +5

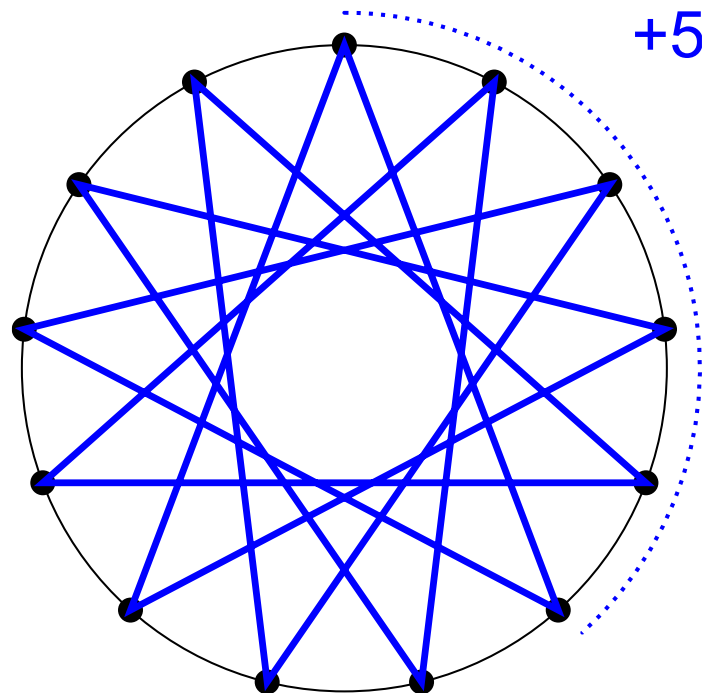
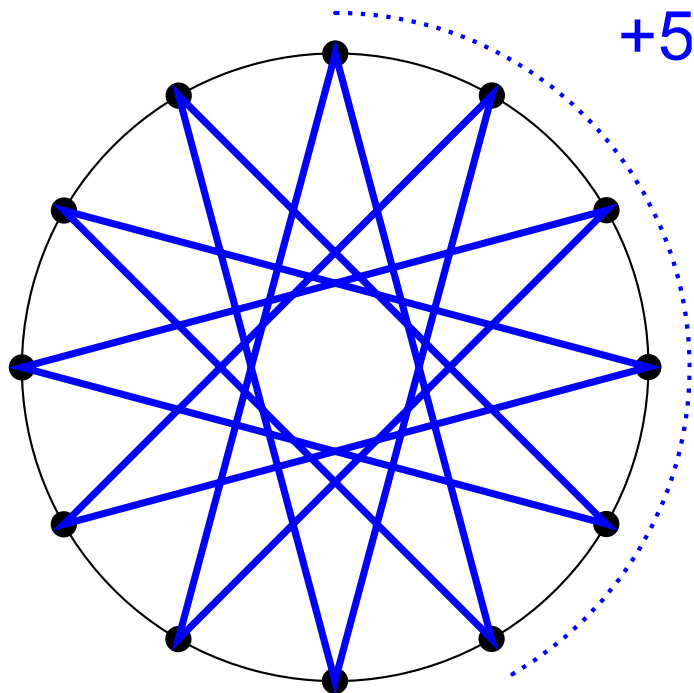


Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprende
per aprende:
competències
matemàtica i lectora»



HILORAMAS: +5



Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprende
per aprende:
competències
matemàtica i lectora»



HILORAMAS: PRIMERA CONCLUSIÓN

1. ¿En el dodecágono se generan siempre polígonos?

No

2. ¿En el tridecágono se generan siempre polígonos estrellados?

Sí



HILORAMAS: PRIMERA INVESTIGACIÓN ++

1. ¿En el dodecágono se generan siempre polígonos?

No

2. ¿En el tridecágono se generan siempre polígonos estrellados?

Sí. Los saltos 7, 8, 9, 10, 11 generan hiloramas como los saltos 6, 5, 4, 3 y 2, ¿Por qué?

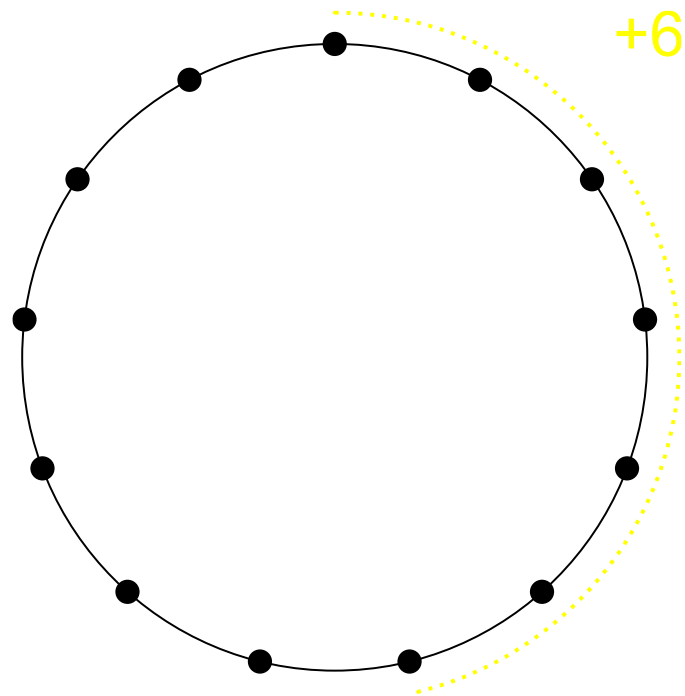
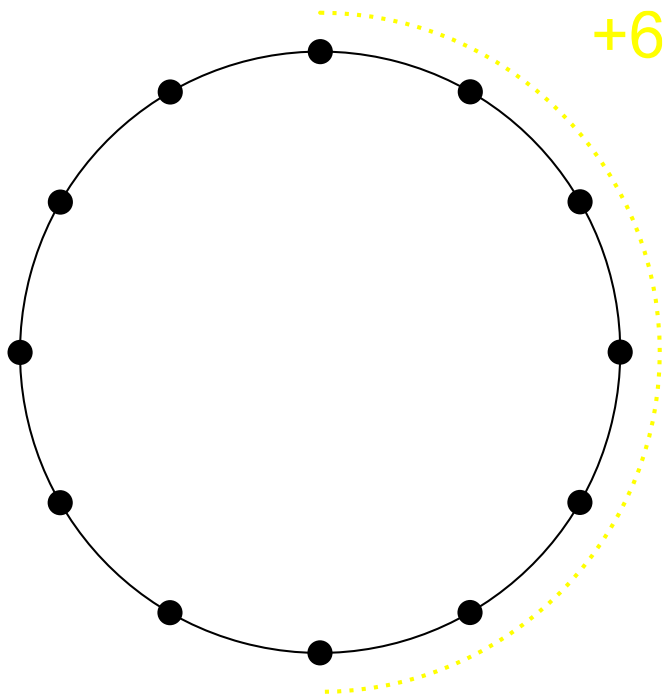


HILORAMAS: SEGUNDA INVESTIGACIÓN

1. Los saltos que son divisores, ¿generan polígonos regulares?
2. Los saltos que no son divisores, ¿generan polígonos estrellados completos?



HILORAMAS: +6

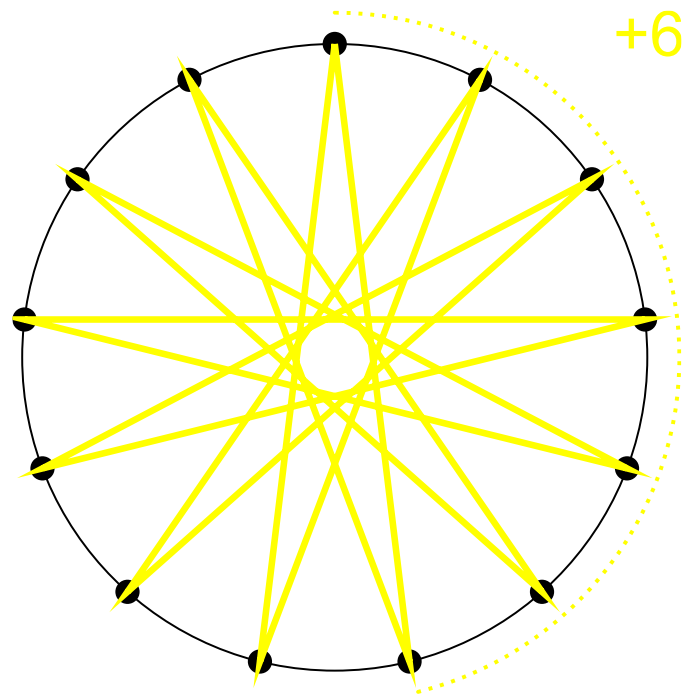
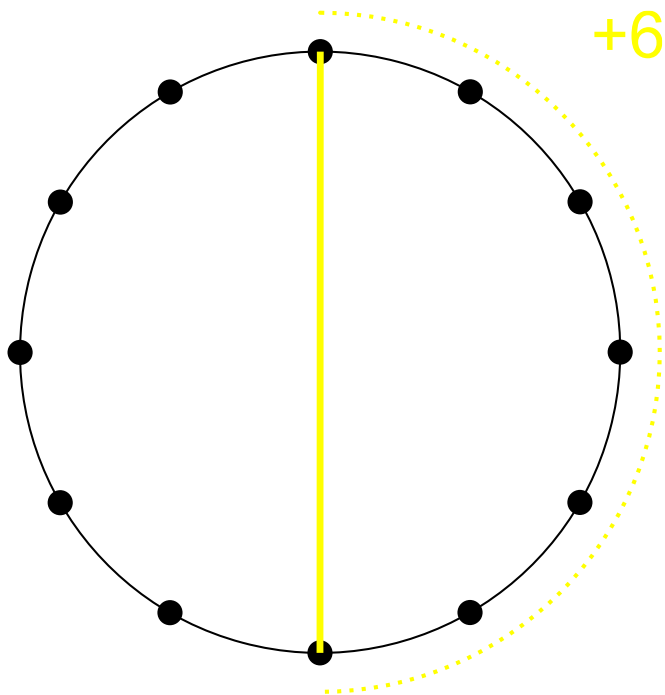


Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprende
per aprende:
competències
matemàtica i lectora»



HILORAMAS: +6



Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprende
per aprende:
competències
matemàtica i lectora»



HILORAMAS: SEGUNDA CONCLUSIÓN (PARTE A)

1. Los saltos que son divisores, ¿generan polígonos regulares?

No siempre

2. Los saltos que no son divisores, ¿generan polígonos estrellados completos?



HILORAMAS: SEGUNDA INVESTIGACIÓN ++

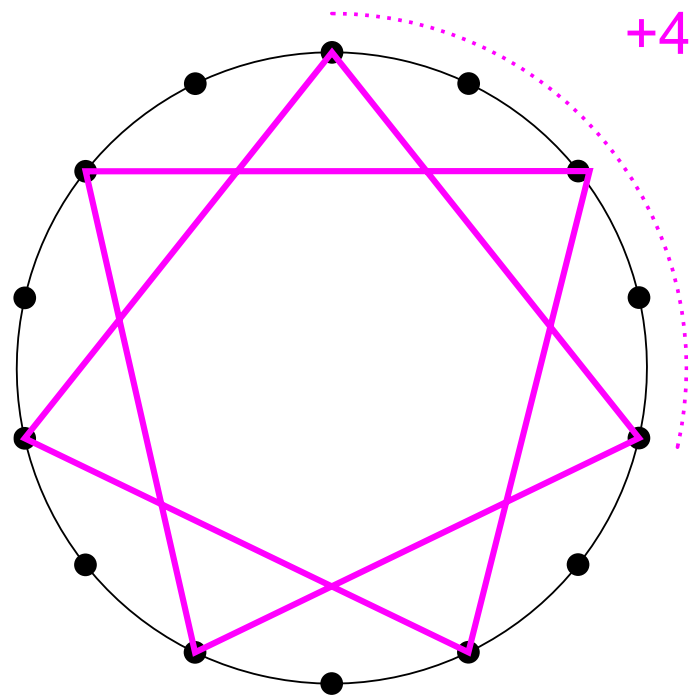
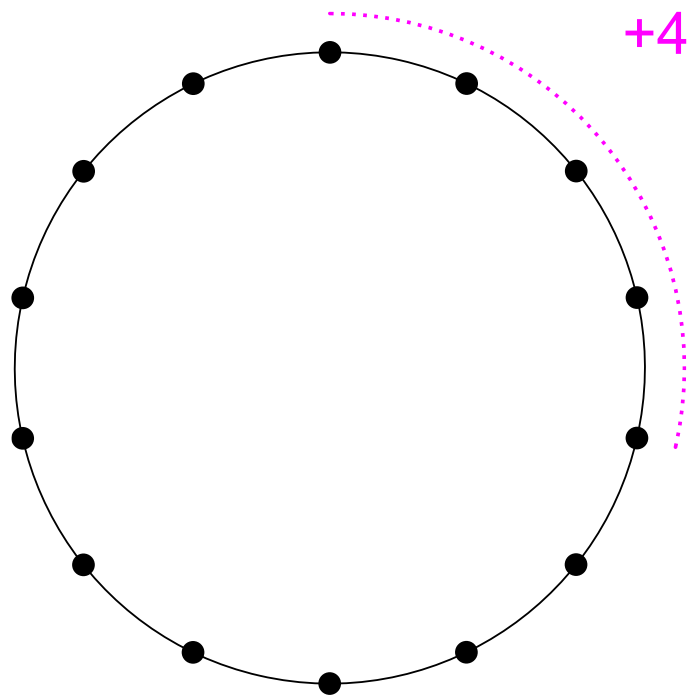
1. Los saltos que son divisores, ¿generan polígonos regulares?

No siempre. ¿En qué casos no generan polígonos regulares?

2. Los saltos que no son divisores, ¿generan polígonos estrellados completos?



HILORAMAS: +4 EN TETRADECÁGONO



Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprende
per aprende:
competències
matemàtica i lectora»



HILORAMAS: SEGUNDA INVESTIGACIÓN ++

1. Los saltos que son divisores, ¿generan polígonos regulares?

No siempre. ¿En qué casos no generan polígonos regulares?

2. Los saltos que no son divisores, ¿generan polígonos estrellados completos?

No



HILORAMAS: SEGUNDA INVESTIGACIÓN ++

1. Los saltos que son divisores, ¿generan polígonos regulares?

No siempre. ¿En qué casos no generan polígonos regulares?

2. Los saltos que no son divisores, ¿generan polígonos estrellados completos?

No. ¿En qué caso se generan polígonos estrellados completos?



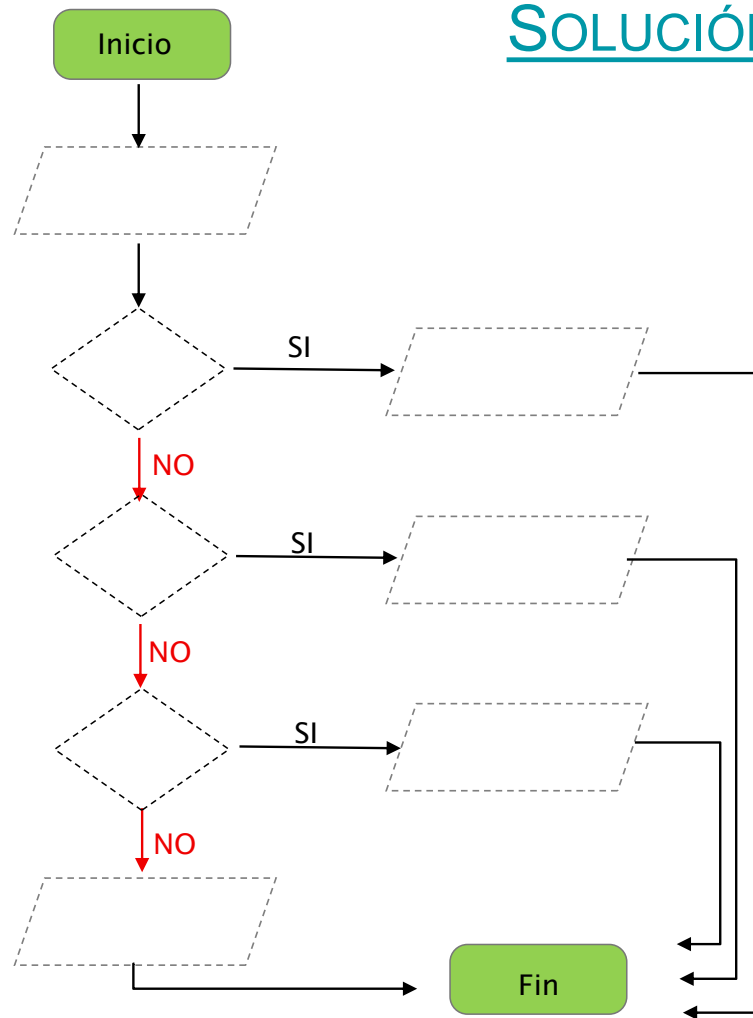
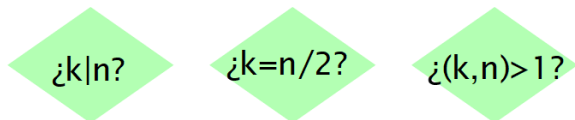
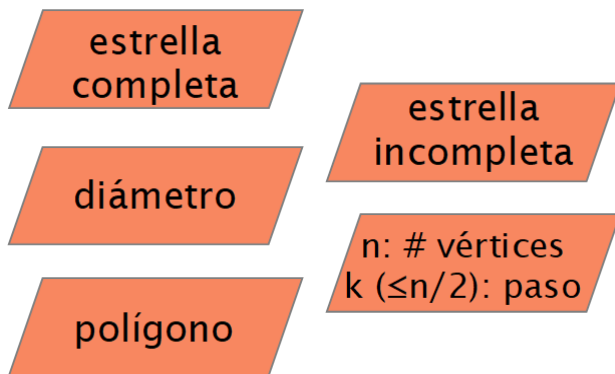
HILORAMAS: CONCLUSIONES

1. Los saltos que son **divisores** generan polígonos regulares, salvo que el divisor sea la mitad del número, que genera diámetros porque no hay polígonos de 2 lados.
2. Los saltos que no son divisores generan polígonos estrellados completos cuando salto y número de lados son **primos entre sí**.



TRABAJAMOS EL PENSAMIENTO
COMPUTACIONAL:
ALGORITMO DE
CLASIFICACIÓN DE HILORAMAS

SOLUCIÓN

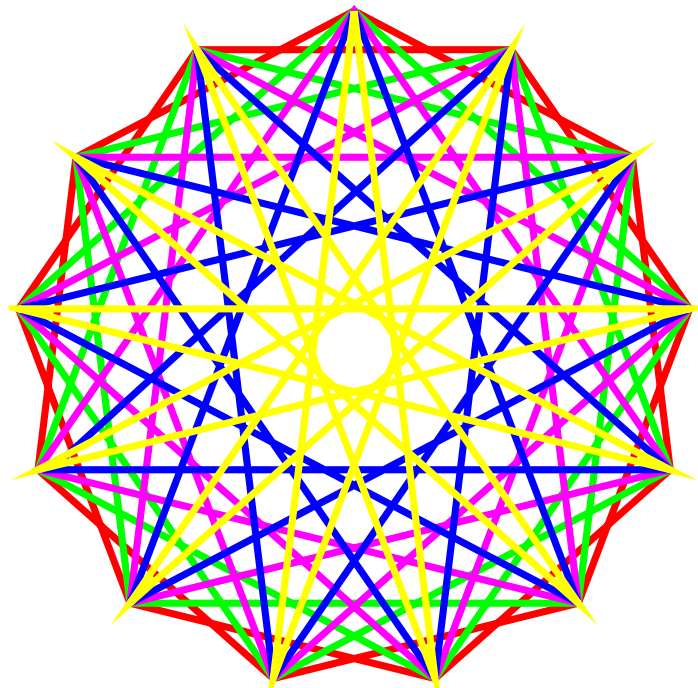


Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprende
per aprende:
competències
matemàtica i lectora»



HILORAMAS



Por eso, los hiloramas más bonitos se generan sobre polígonos que tiene un número **primo** de lados.

Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprende
per aprende:
competències
matemàtica i lectora»

DANZA DEL ENREDO RACIONAL

Rational tangles dance

Ilustración maypole_180557 de vecteezy

Organizadores | Organitzadors

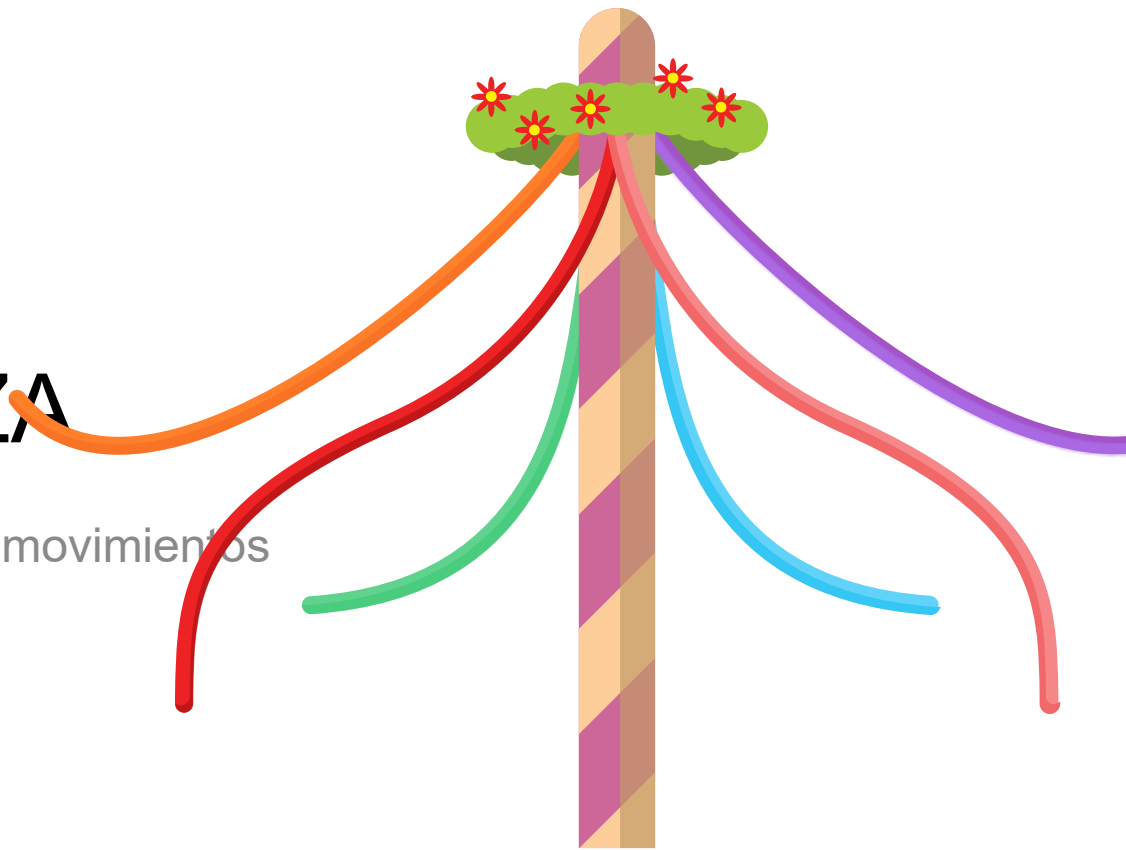


Colaboradores | Col·laboradors



LA DANZA

Posiciones, reglas, movimientos



Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprende
per aprende:
competències
matemàtica i lectora»



PROLEGÓMENOS

Materiales

1. Cuerdas de 2 metros
2. Cinta de carrozero
3. Música tribal o instrumento de percusión para marcar el ritmo.

Preparación

1. Se divide la clase en grupos de cuatro.
2. Se marcan cuadrados en el suelo de 2 metros de lado.



POSICIÓN INICIAL



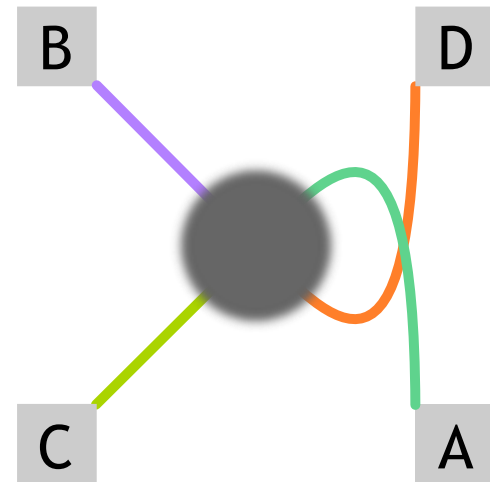
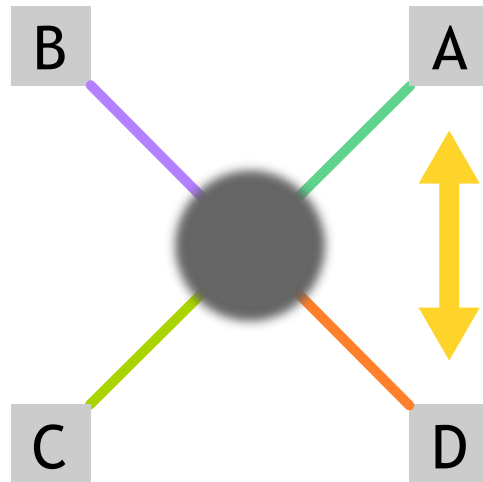
El color no importa

Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprende
per aprende:
competències
matemàtica i lectora»



PRIMER MOVIMIENTO: RETORCER (T)

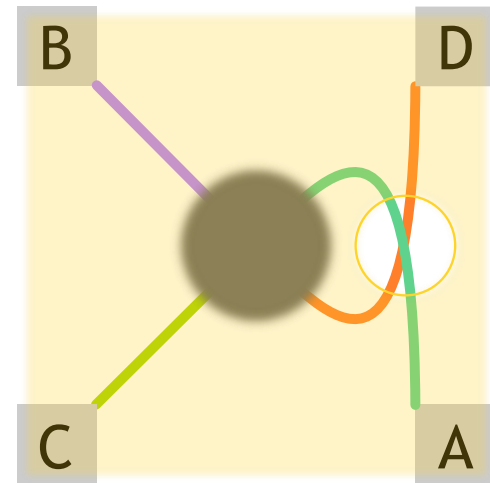
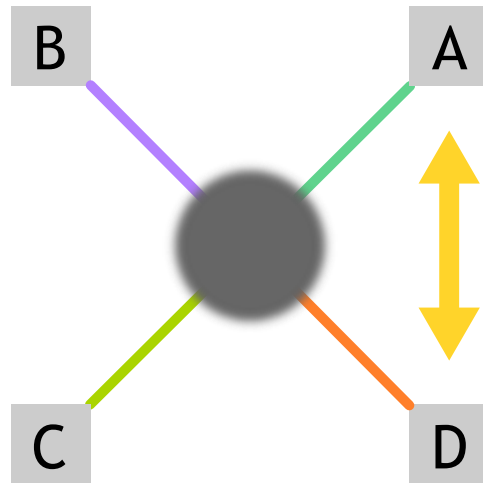


Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprende
per aprende:
competències
matemàtica i lectora»



PRIMER MOVIMIENTO: RETORCER (T)

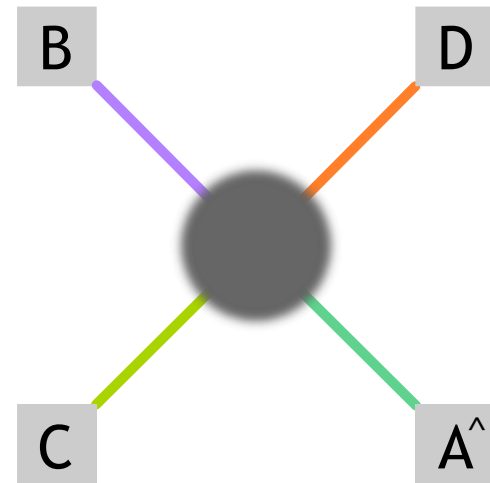
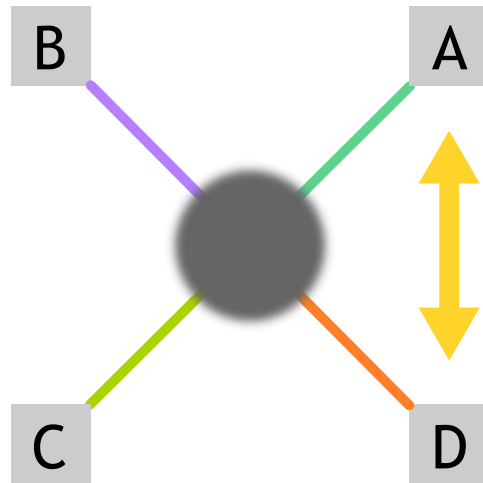


Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprende
per aprende:
competències
matemàtica i lectora»



PRIMER MOVIMIENTO: RETORCER (T)

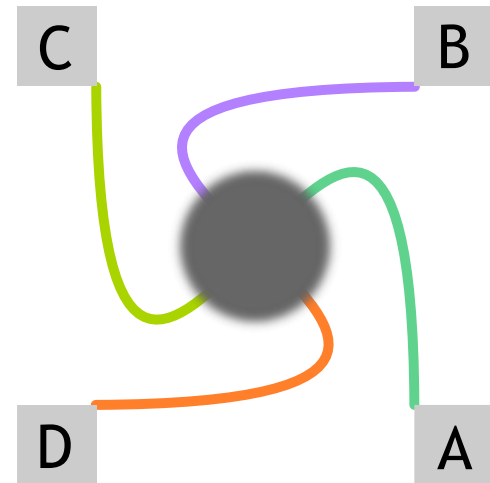
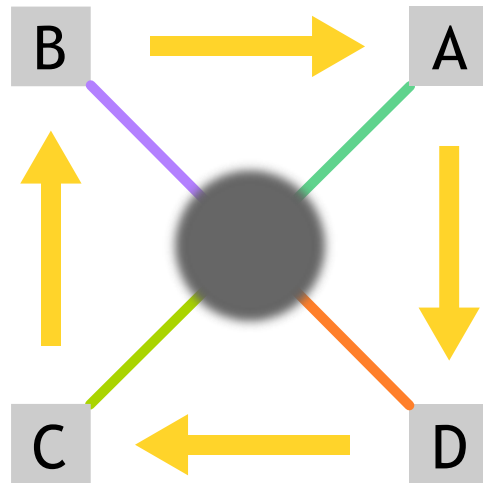


Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprende
per aprende:
competències
matemàtica i lectora»

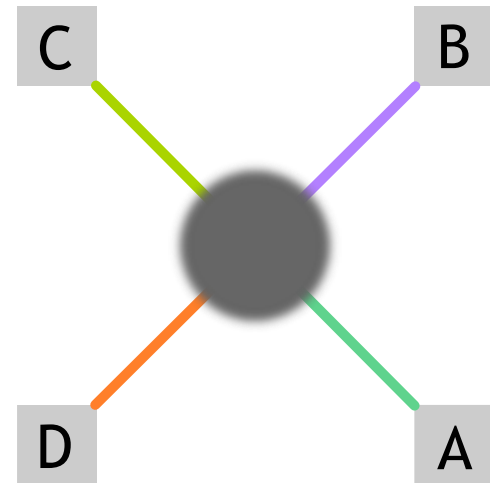
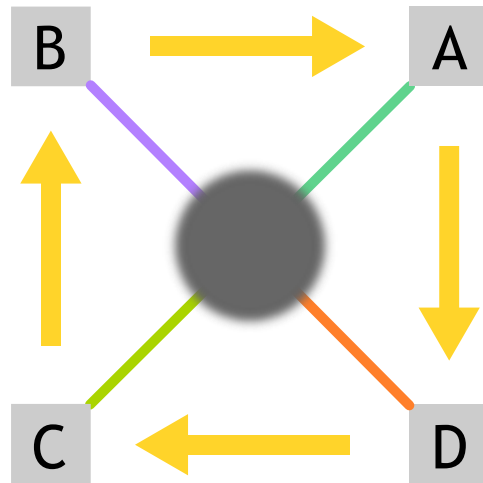


SEGUNDO MOVIMIENTO: GIRAR (R)





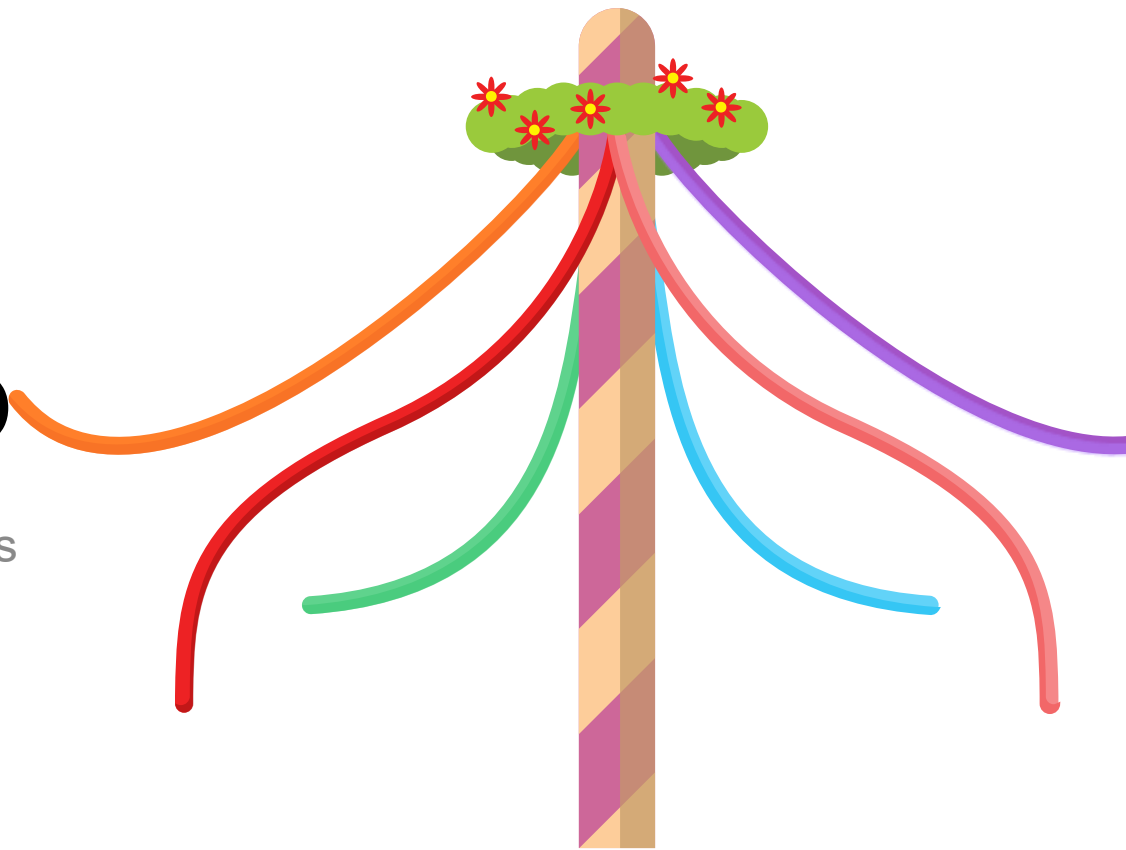
SEGUNDO MOVIMIENTO: GIRAR (R)





ENREDO

Marañas y otros líos



Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprende
per aprende:
competències
matemàtica i lectora»



REGLAS

- Movimientos permitidos:
 - retorcer (T)
 - y girar (R).

- El primer movimiento no puede ser un giro.



PRIMERAS DANZAS

T - R - T

Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprendre
per aprendre:
competències
matemàtica i lectora»



PRIMERAS DANZAS

T - R - T

T - T - R - T - R - T - T

Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprendre
per aprendre:
competències
matemàtica i lectora»



PRIMERAS DANZAS

T-R-T

T-T-R-T-R-T-T

T-T-T-R-T-R-R-R-T-T-R-T-T

Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprendre
per aprendre:
competències
matemàtica i lectora»



PRIMERAS DANZAS

T-R-T

T-T-R-T-R-T-T

T-T-T-R-T-R-R-R-T-T-R-T-T

T-T-T-T-R-T-R-T-T-R-T-T-R-T-T

Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprendre
per aprendre:
competències
matemàtica i lectora»



Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprendre
per aprendre:
competències
matemàtica i lectora»

AHORA TE TOCA A TI

Volviendo a la posición inicial



REGLAS

- Movimientos permitidos:
 - retorcer (T)
 - y girar (R).
- El primer movimiento no puede ser un giro.

Un quinto elemento...

- Apunta los movimientos.
- Vigila que los movimientos sean reglamentarios.



¿CÓMO REGRESAR A LA POSICIÓN INICIAL?

T



¿CÓMO REGRESAR A LA POSICIÓN INICIAL?

T

R - T



¿CÓMO REGRESAR A LA POSICIÓN INICIAL?

T
T - T

R - T



¿CÓMO REGRESAR A LA POSICIÓN INICIAL?

T
T-T
TTT
TTTT
TTTTT...T

R-T
R-T-R-T-T



¿CÓMO REGRESAR A LA POSICIÓN INICIAL?

T
T-T
TTT
TTTT
TTTT...T

R-T
R-T-R-T-T
RTRTRTT
RTRTRTRTRTT
RTRTRTRTRTT...RTT



¿CÓMO REGRESAR A LA POSICIÓN INICIAL?

T
T^2
T^3
T^4
T^n

RT
$RT (RTT)$
$RT (RTT)^2$
$RT (RTT)^3$
$RT (RTT)^{n-1}$



Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprendre
per aprendre:
competències
matemàtica i lectora»

AHORA TE TOCA A TI

Competición por equipos



¿CÓMO REGRESAR A LA POSICIÓN INICIAL?

$T^2 R$

Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprendre
per aprendre:
competències
matemàtica i lectora»



¿CÓMO REGRESAR A LA POSICIÓN INICIAL?

$T^2 R$

$T RT^2$

Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprendre
per aprendre:
competències
matemàtica i lectora»



¿CÓMO REGRESAR A LA POSICIÓN INICIAL?

$T^2 R$
$T^3 RT$

$T RT^2$

Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprendre
per aprendre:
competències
matemàtica i lectora»



¿CÓMO REGRESAR A LA POSICIÓN INICIAL?

$T^2 R$
$T^3 RT$

$T RT^2$
$RT^2 RT^2$

Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprendre
per aprendre:
competències
matemàtica i lectora»



¿CÓMO REGRESAR A LA POSICIÓN INICIAL?

$T^2 R$
$T^3 RT$
$T^3 R^3 T$

$T RT^2$
$RT^2 RT^2$

Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprendre
per aprendre:
competències
matemàtica i lectora»



¿CÓMO REGRESAR A LA POSICIÓN INICIAL?

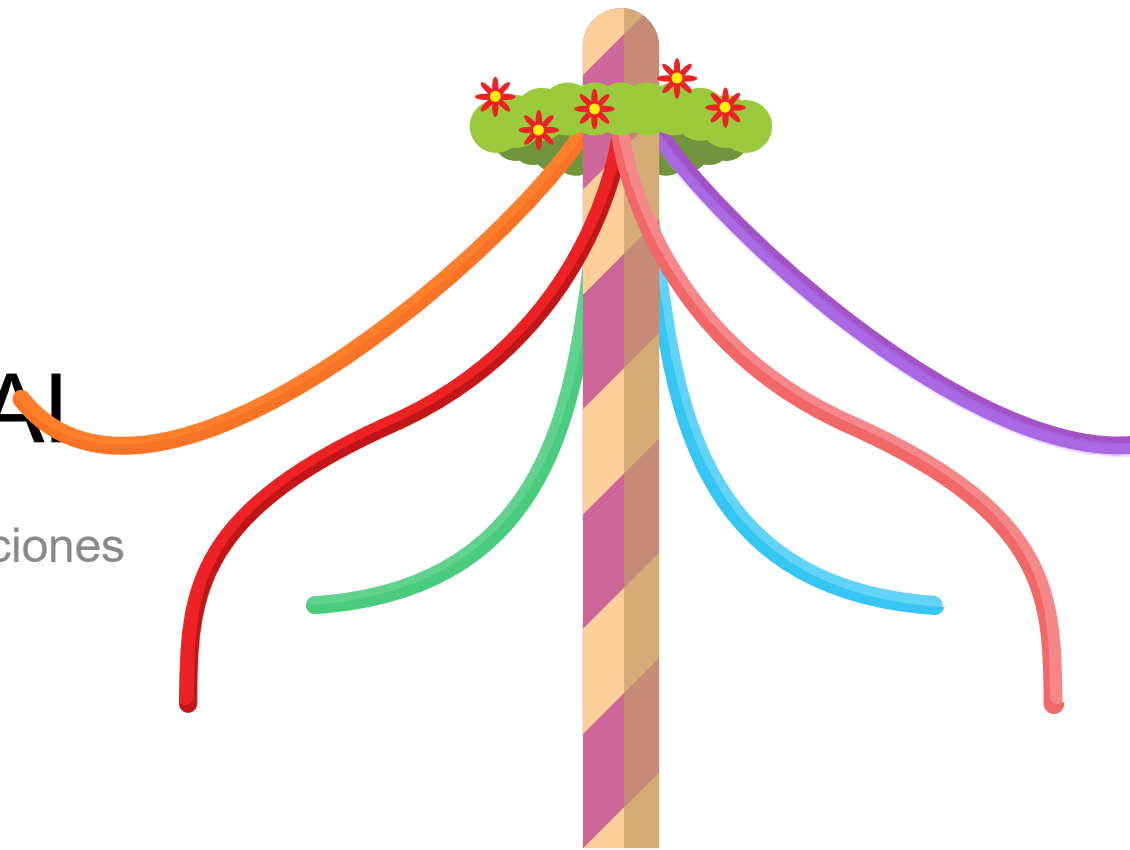
$T^2 R$
$T^3 RT$
$T^3 R^3 T$

$T RT^2$
$RT^2 RT^2$
$RT^2 RT^2$



RACIONAL

Aritmética con fracciones



Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprende
per aprende:
competències
matemàtica i lectora»



ENREDOS Y NÚMEROS

Cada enredo tiene
su número.

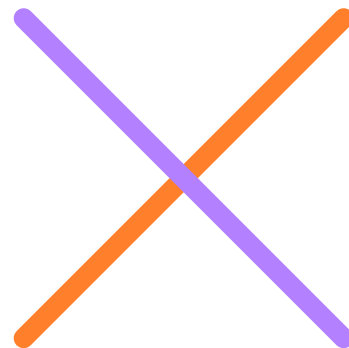
Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprendre
per aprendre:
competències
matemàtica i lectora»



NATURALES

1



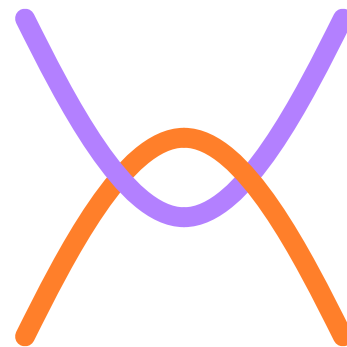
Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprendre
per aprendre:
competències
matemàtica i lectora»



NATURALES

2



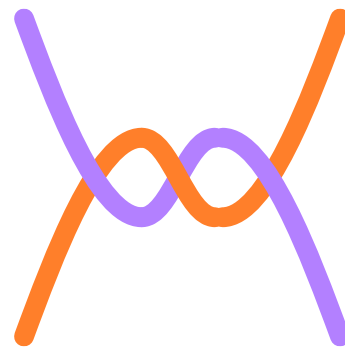
Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprende
per aprende:
competències
matemàtica i lectora»



NATURALES

3



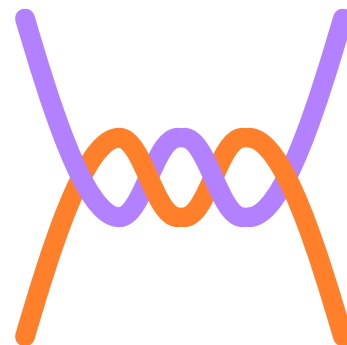
Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprende
per aprende:
competències
matemàtica i lectora»



NATURALES

4



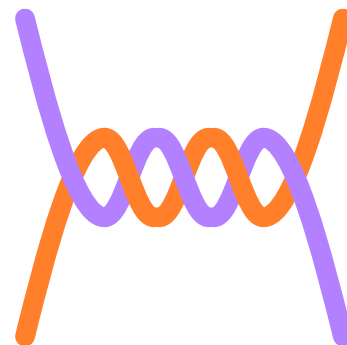
Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprende
per aprende:
competències
matemàtica i lectora»



NATURALES

5



Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprende
per aprende:
competències
matemàtica i lectora»



ENTEROS

-1



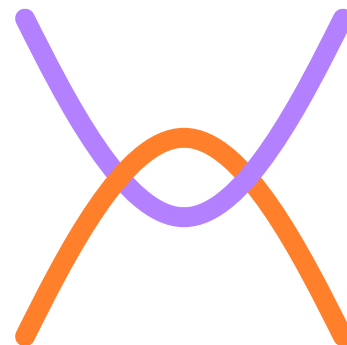
Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprendre
per aprendre:
competències
matemàtica i lectora»



ENTEROS

-2



Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprendre
per aprendre:
competències
matemàtica i lectora»



RACIONALES

$$-\frac{1}{4}$$



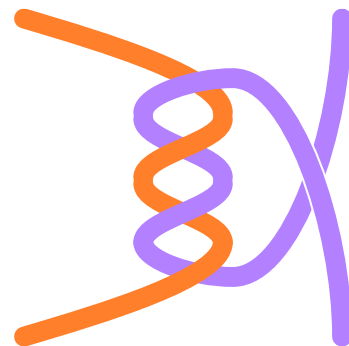
Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprendre
per aprendre:
competències
matemàtica i lectora»



RACIONALES

$$\frac{3}{4}$$



Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprende
per aprende:
competències
matemàtica i lectora»



Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprendre
per aprendre:
competències
matemàtica i lectora»

ARITMÉTICA DEL BAILE



DANZA Y ARITMÉTICA

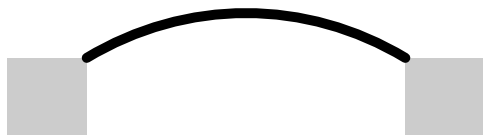
Cada movimiento tiene
su operación.

Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprendre
per aprendre:
competències
matemàtica i lectora»



CERO

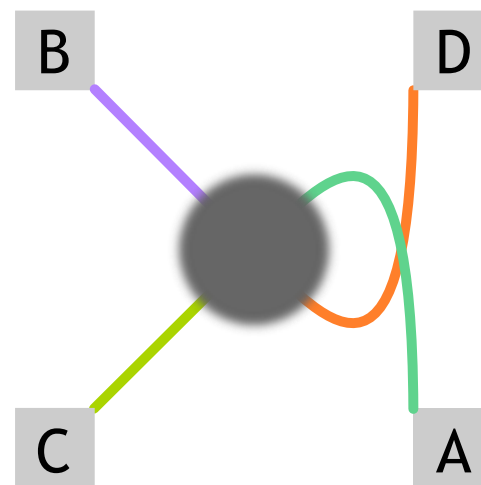
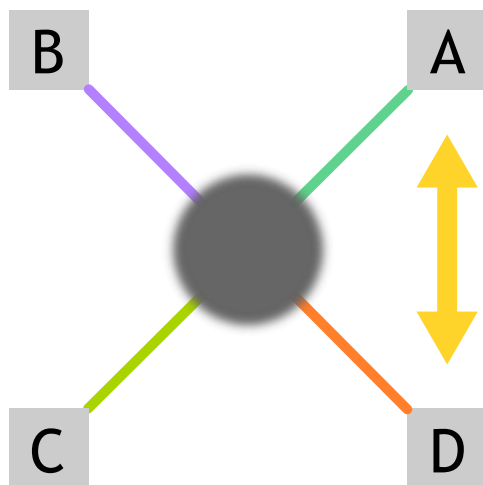


Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprende
per aprende:
competències
matemàtica i lectora»



SUMAR UNO

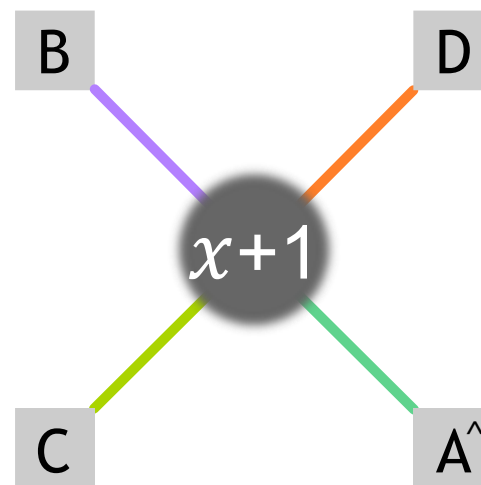
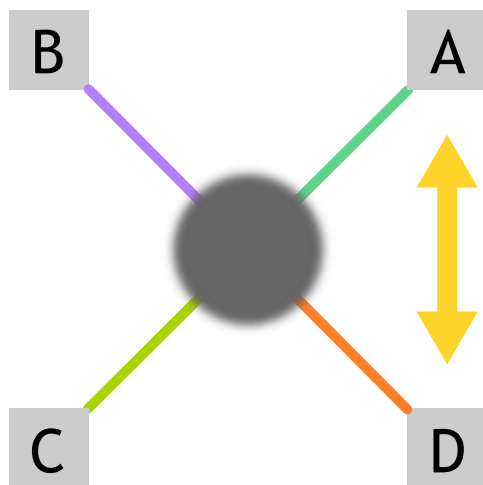


Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprende
per aprende:
competències
matemàtica i lectora»



SUMAR 1

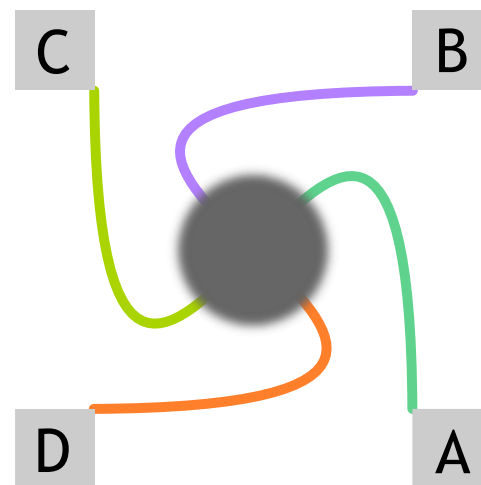
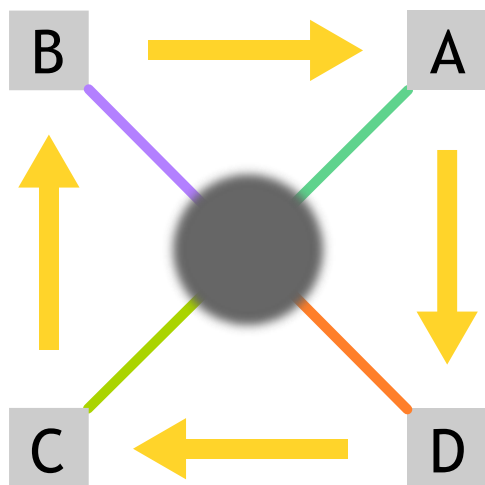


Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprende
per aprende:
competències
matemàtica i lectora»



INVERTIR Y OPONER

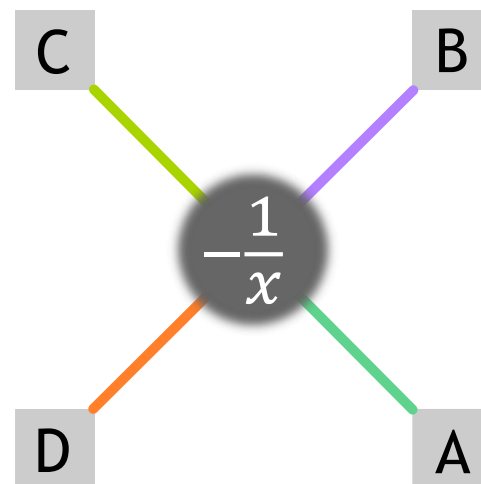
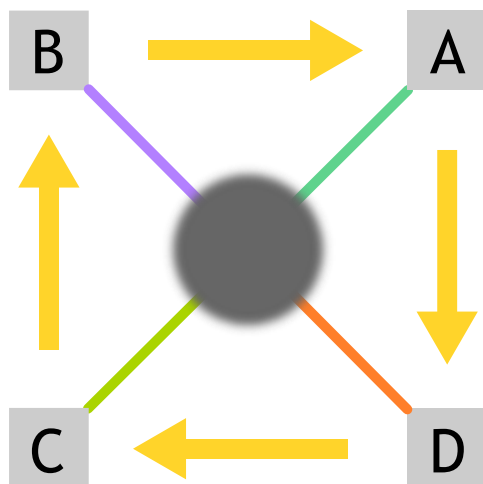


Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprende
per aprende:
competències
matemàtica i lectora»



INVERTIR Y OPONER



Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprende
per aprende:
competències
matemàtica i lectora»



¿QUÉ NUMERO CORRESPONDE A CADA DANZA?

$T^2 R$
$T^3 RT$

$-\frac{1}{0+2} = -\frac{1}{2}$
$1 - \frac{1}{0+3} = \frac{2}{3}$

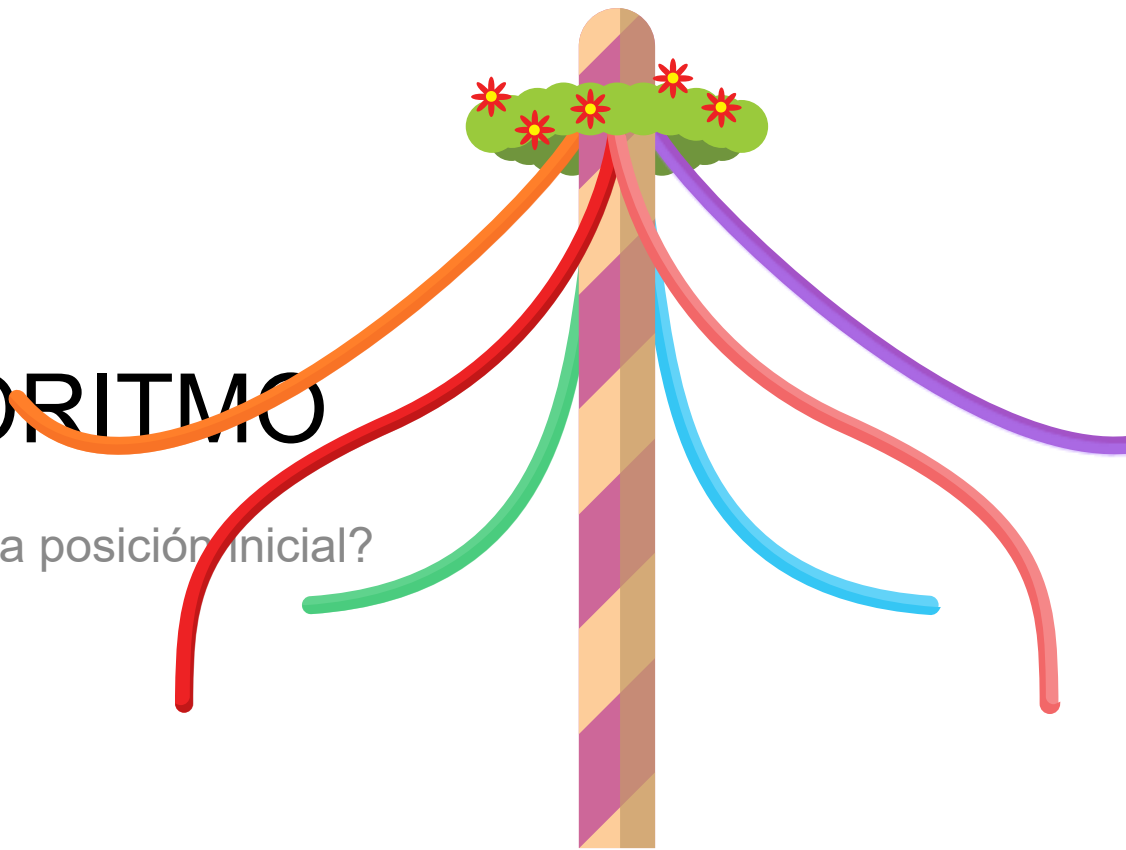
Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprendre
per aprendre:
competències
matemàtica i lectora»



EL ALGORITMO

¿Cómo regresar a la posición inicial?



Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprende
per aprende:
competències
matemàtica i lectora»



ALGORITMO DE DESENREDO

El enredo está desenredado

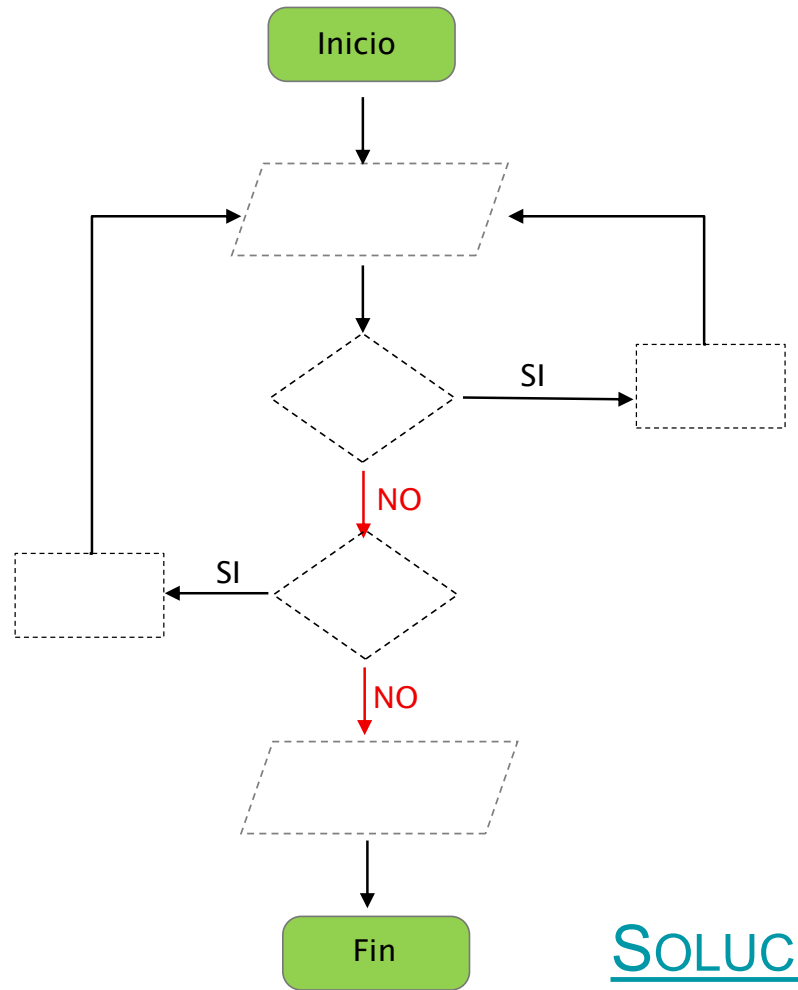
¿ $x > 0$?

$x =$ número del enredo

¿ $x < 0$?

R

T



Congreso «Comprender para aprender: competencias matemática y lectora»

Congrés «Comprende per aprendere: competències matemàtica i lectora»

SOLUCIÓN



¿CÓMO REGRESAR A LA POSICIÓN INICIAL?

$T^2 R$	$-\frac{1}{2} \xrightarrow{T} \frac{1}{2} \xrightarrow{R} -2 \xrightarrow{T} -1 \xrightarrow{T} 0$
$T^3 RT$	$\frac{2}{3} \xrightarrow{R} -\frac{3}{2} \xrightarrow{T} -\frac{1}{2} \xrightarrow{T} \frac{1}{2} \xrightarrow{R} -2 \xrightarrow{T} -1 \xrightarrow{T} 0$



Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

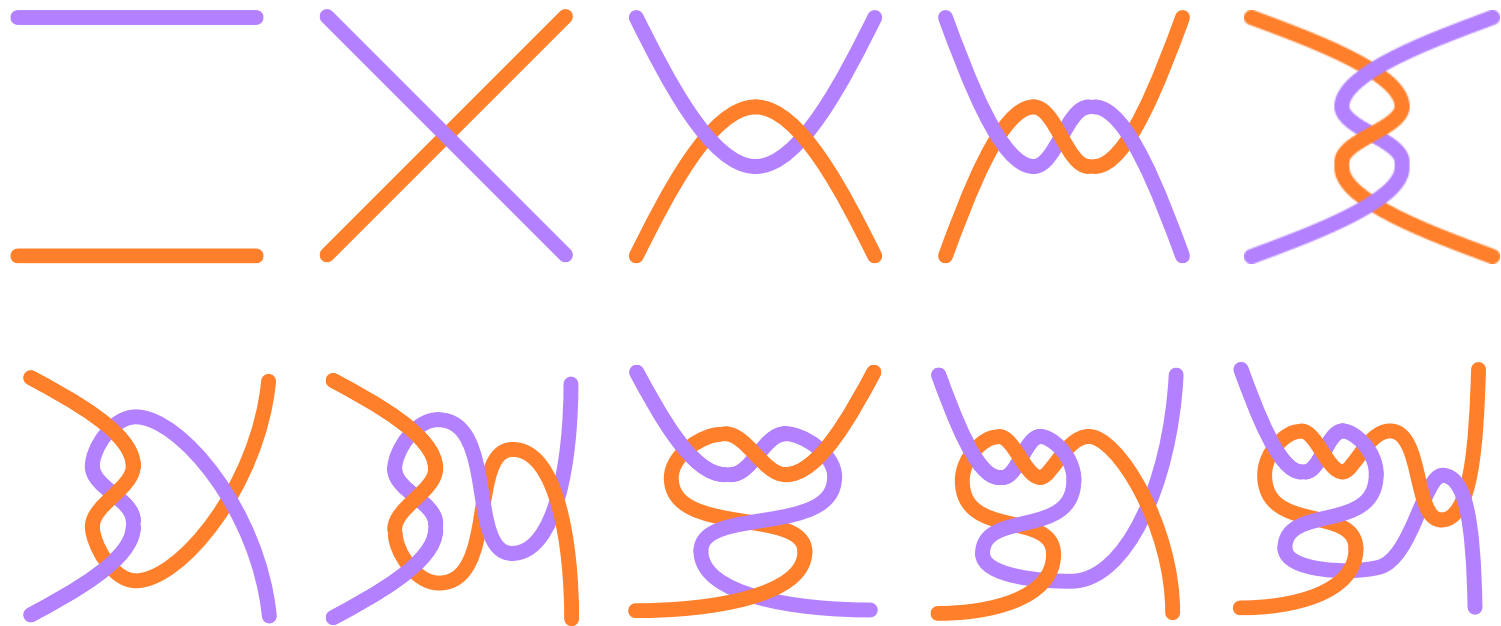
Congrés
«Comprende
per aprende:
competències
matemàtica i lectora»

AHORA TE TOCA A TI

Aplicando el algoritmo para devolver el enredo propuesto a la posición inicial



LA DANZA $T^3RT^2RT^2$

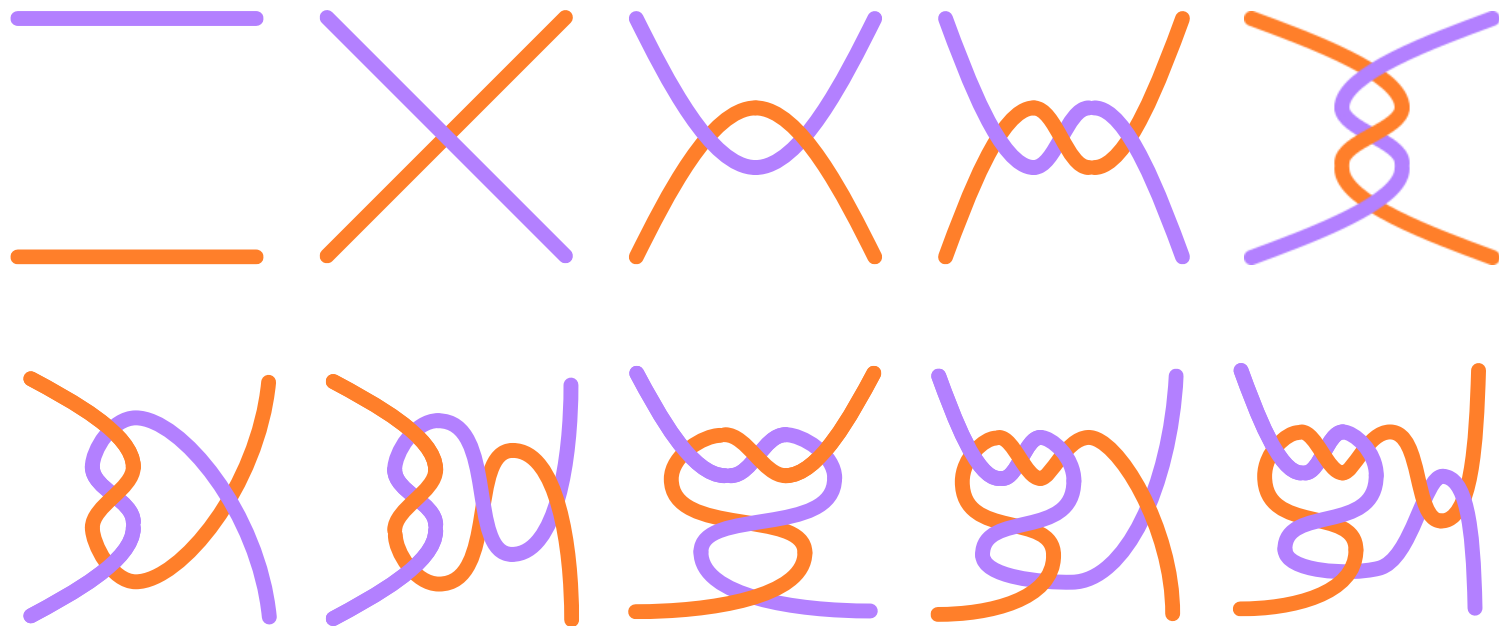


Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprende
per aprende:
competències
matemàtica i lectora»



LA DANZA A 7/5



Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprende
per aprende:
competències
matemàtica i lectora»



Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprendre
per aprendre:
competències
matemàtica i lectora»

AHORA TE TOCA A TI

Creando danzas que terminen en la posición inicial



REFERENCIAS

C. Folgueira, *Matemáticas naturales en Un mundo para explorar*, <https://www.educa2.madrid.org/web/peac/recursos/-/visor/resumen-anual-peac-sur-2016-2017>

J.H. Conway, *An enumeration of knots and links and some of their algebraic properties*, Proceedings of the Conference on Computational Problems in Abstract Algebra, Oxford 1967, 1st ed., Pergamon Press, 1970, pp. 329–358

https://www.aula3.com/index.php?route=product/product&product_id=2436

<https://scienceinschool.org/article/2023/dance-tangles-topology/>



Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprendre
per aprendre:
competències
matemàtica i lectora»

MOLTES GRÀCIES!
¡MUCHAS GRACIAS!

Organizadores | Organitzadors



tothom!!!



Colaboradores | Col·laboradors



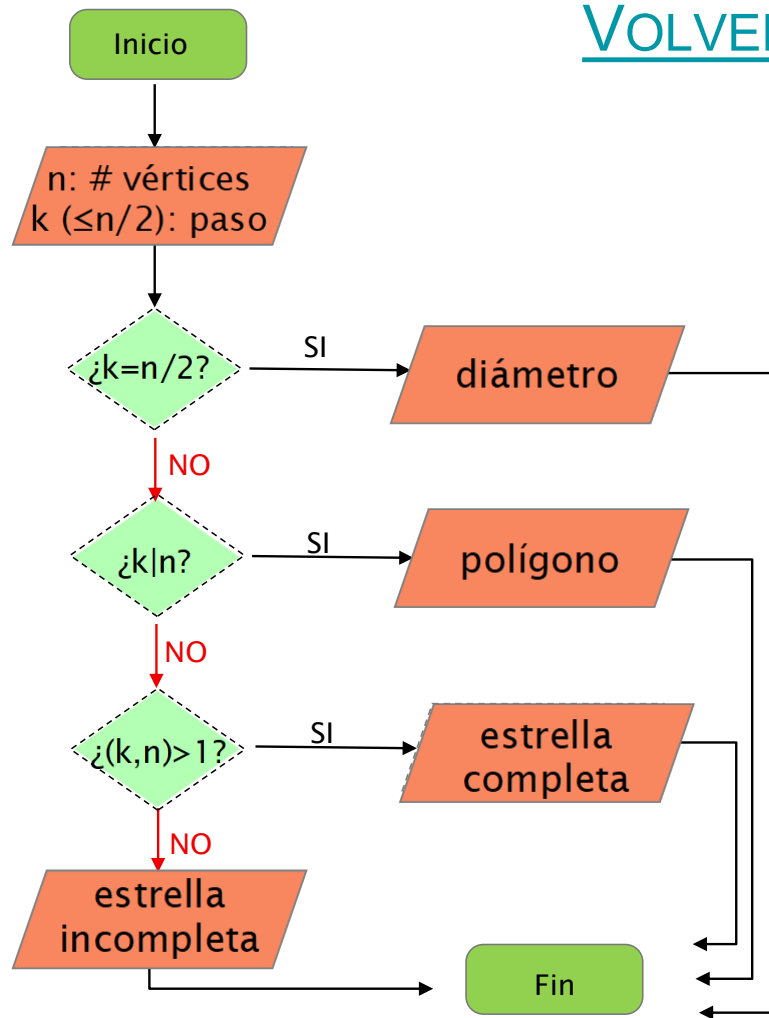


TRABAJAMOS EL PENSAMIENTO
COMPUTACIONAL:

ALGORITMO DE
CLASIFICACIÓN DE HILORAMAS

SOLUCIÓN

VOLVER



Congreso
«Comprender
para aprender:
competencias
matemática y lectora»

Congrés
«Comprende
per aprende:
competències
matemàtica i lectora»



ALGORITMO DE DESENREDO

