



INSTRUCCIONS GENERALS I QUALIFICACIÓ

Aquesta prova consta de **dues unitats d'avaluació**. Una unitat d'avaluació consisteix en un enunciat en el qual es planteja una situació de la realitat i a continuació es proposen dos problemes i dues qüestions.

Després **de llegir atentament** les dues unitats d'avaluació, haurà de respondre de forma raonada a totes dues unitats triant **NOMÉS UN PROBLEMA** de cadascuna d'aquestes. A més, haurà de respondre a les dues **QÜESTIONS** de cadascuna. En total haurà de resoldre **dos problemes** i respondre a **quatre qüestions**.

En el full de respostes indique clarament el codi de cada problema o qüestió que contestarà. Totes les respostes hauran d'estar ben justificades.

Cada problema correctament i completament resolt es valorarà amb 3 punts. Cada qüestió correctament resposta i raonada es valorarà amb 1 punt. La valoració de cada apartat s'especifica en l'enunciat.

En aquesta pàgina es recullen fórmules que poden ser necessàries per a resoldre l'exercici. Pot ser que no siga necessari utilitzar-les totes. El separador decimal usat en els enunciats és el punt.

Pot fer servir qualsevol tipus de calculadora, sempre que no dispose de connexió a Internet ni possibilitat de transmissió de dades.

TEMPS MÀXIM PER LA PROVA: 105 MINUTS

ALGUNES FÓRMULES

Distància entre dos punts $A = (x_1, i_1)$ i $B = (x_2, i_2)$:

$$d(A, B) = |\overline{AB}| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (i_2 - i_1)^2}$$

Equació vectorial de la recta: $A = (x_1, y_1)$ i $\vec{v} = (v_1, v_2)$

$$(x, y) = \overline{OA} + \lambda \cdot \vec{v} \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

Equació paramètrica de la recta:

$$r: \begin{cases} x = x_1 + \lambda \cdot v_1 \\ y = y_1 + \lambda \cdot v_2 \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$$

Equació contínua de la recta:

$$\frac{x - x_1}{v_1} = \frac{y - y_1}{v_2}$$

Equació general de la recta: $ax + by + c = 0$

Equació explícita de la recta: $y = m \cdot x + n$

Velocitat: $v = \frac{e}{t}$

Forma cartesiana d'un nombre complex: $z = (a, b)$

Forma binòmica d'un nombre complex:

$$z = a + b \cdot i$$

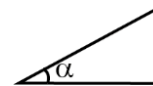
Forma polar d'un nombre complex:

$$z = \text{Mòdul} \cdot \text{argument (angle } \alpha)$$

Forma trigonomètrica d'un nombre complex:

$$z = \text{Mòdul} \cdot (\cos \alpha + i \cdot \sin \alpha)$$

En un triangle rectangle, si $0 < \alpha < 90^\circ$



$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{catet oposat}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{cos } \alpha = \frac{\text{catet contigu}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{catet oposat}}{\text{catet contigu}}$$

UNITAT D'AVALUACIÓ: EL CIRCUIT RICARDO TORMO DE XEST

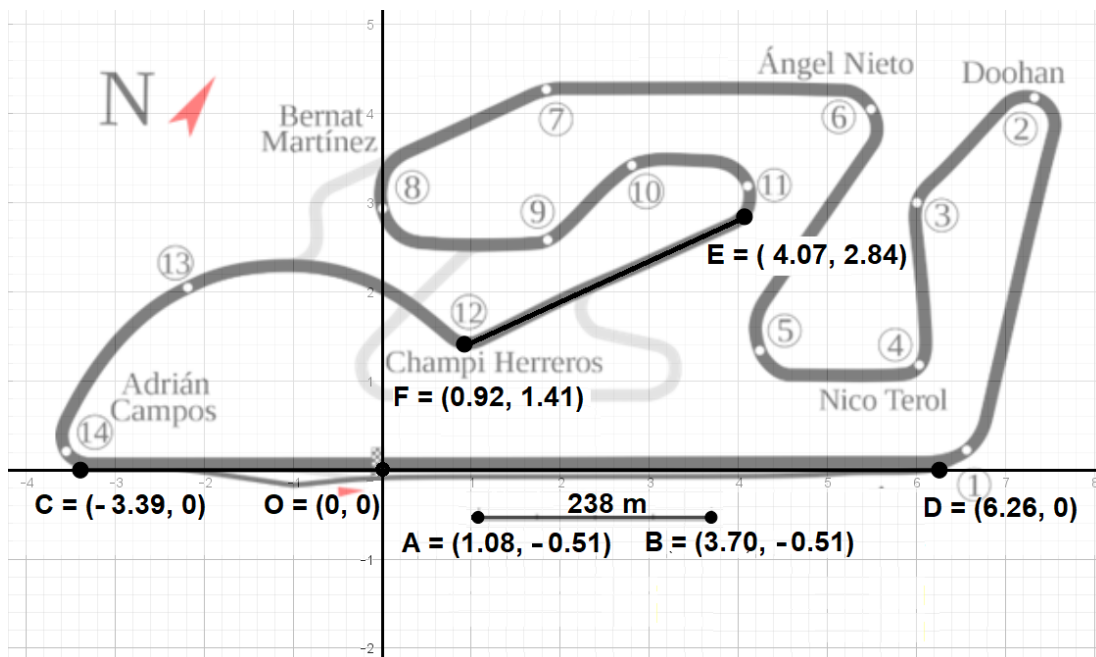
El Circuit de la Comunitat Valenciana Ricardo Tormo és un autòdrom situat a Xest a la província de València. Va ser construït l'any 1999 i està previst que, com a mínim, continue albergant el Gran Premi de la Comunitat Valenciana, prova puntuable pel Campionat del Món de Motociclisme, fins a 2023. Compta amb una capacitat per 165.000 espectadors i té el nom del campió de motociclisme valencià Ricardo Tormo, doble campió del món de 50 cc.

CODI CP1. CIRCUIT. PROBLEMA 1

Observe el pla del circuit a escala. Compta amb un traçat principal de 4.005 metres de longitud, una recta principal aproximadament de 876 metres i 14 corbes (numerades en el pla des del punt d'origen i final senyalitzat amb la lletra O).

Segons les informacions de la premsa esportiva, Xest és un circuit estret. Aquesta característica, juntament amb les corbes tancades i les rectes curtes dificulten els avançaments. Aquest circuit presenta la velocitat mitjana més baixa de tots els circuits en què se celebra el campionat del món, amb 157 km/h.

Dani Pedrosa, el pilot amb més victòries d'aquest circuit, explica que és just en el tram de recta entre les corbes 11 i 12, delimitat pels punts E i F, on es pot llançar aquest últim atac per arribar a meta en primera posició quan es disputa una carrera molt atapeïda.



Amb les dades anteriors:

- (1 punt)** Verifique, a través de la informació que apareix en el pla (segmente AB), que la longitud de la recta principal del circuit, delimitada pels punts C i D, coincideix aproximadament amb la que es dona en la descripció del circuit.
- (1 punt)** El dron que retransmet les imatges necessita conèixer l'expressió algebraica de l'equació de la recta que passa pels punts E i F. Construïska l'equació general d'aquesta recta.
- (1 punt)** Calcule el temps (en segons) del qual disposen els pilots per a fer un avançament entre els punts E i F, suposant que en aquest tram van a la velocitat mitjana que presenta en aquest circuit (temps que tardarien a recórrer la recta).

CODI CP2. CIRCUIT. PROBLEMA 2

En els boxs del circuit s'han d'instal·lar extractors de fum perquè es pugui treballar amb seguretat.

Es disposa de la següent informació:

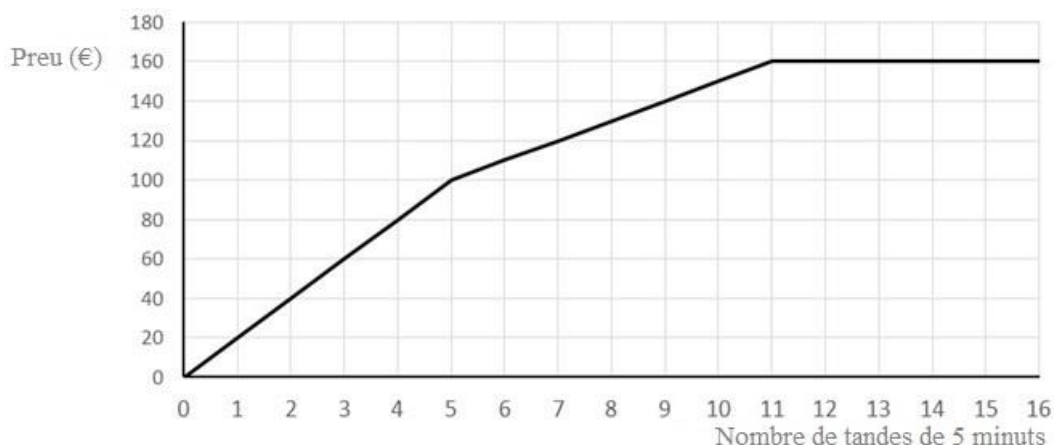
- Inicialment existeix una concentració de CO_2 del 6 % en el box que va augmentant, però que després de la posada en marxa de l'extractor comença a disminuir.
- En menys de 10 minuts de funcionament de l'extractor la concentració de CO_2 en el box ha de quedar per davall del 5 %, que és la taxa recomanada per treballar en condicions de seguretat. A partir d'ací, ha de romandre sempre per davall d'aquesta taxa.
- L'extractor continua funcionant mentre continuen les activitats en el box.

Diferents models d'extractor de fums que existeixen en el mercat es publiciten amb una gràfica de rendiment en la qual:

- en l'eix horitzontal s'expressa el temps transcorregut, en minuts, des que es posa en marxa l'extractor,
- en el vertical es representa la taxa corresponent de CO_2 , en percentatge, existent en el local.

Amb la informació anterior:

- a) **(1.5 punts)** Represente una de les possibles gràfiques del model d'extractor que complisca amb les descripcions requerides. Incloga la següent informació:
- Escales dels eixos d'abscisses i ordenades de gràfic, amb les unitats convenients.
 - Domini i recorregut de la funció que descriu la taxa de concentració de CO_2 en el box.
 - Interval de creixement i decreixement. Coordenades del punt de màxima concentració de CO_2 en el box.
 - L'instant en el qual la concentració de CO_2 és del 5 %.
 - Si segons la gràfica que ha dibuixat el percentatge de CO_2 s'estabilitza en algun moment i, en cas afirmatiu, en quin valor.
- b) **(1.5 punts)** María és molt aficionada a les carreres, per la qual cosa s'inscriurà en un circuit de karts per practicar en la categoria que correspon a la seua edat. Li han donat informació sobre els preus en forma de gràfica. Construïska una expressió algebraica que es corresponga amb la gràfica representada i realitze una breu explicació de la situació que està modelitzant, parant atenció a les variables que es relacionen i la relació que existeix entre aquestes.



CODI CC1. CIRCUIT. QÜESTIÓ 1

En els esdeveniments i concentracions com els d'un Gran Premi de Motociclisme, en els quals hi ha molts desplaçaments per carretera, des de la Direcció General de Trànsit (DGT) es posa l'accent en la prudència, la velocitat i el consum d'alcohol. La recomanació és no conduir mai sota els efectes de l'alcohol, per molt baixa que siga la seua concentració en sang. La següent taula mostra els límits de concentració d'alcohol en sang permesos per la DGT.

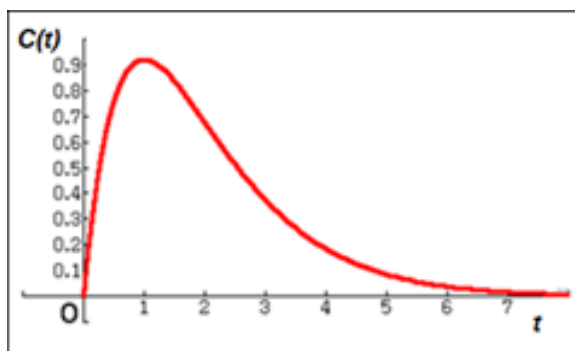
Taxa d'alcoholèmia	TIPUS DE CONDUCTOR	EN SANG
	Conductors en general	0.5 g/l
	Novells i professionals	0.3 g/l

Taula 1: límits establits per la normativa actual de la DGT

Suposem que la taxa de concentració en sang ve donada, en general, per la funció

$$C(t) = 2.5 \cdot t \cdot e^{-t}, \quad t \in [0, +\infty)$$

on t és el temps en hores des de la ingesta d'alcohol i $C(t)$ la concentració d'alcohol en sang en g/l. La gràfica de la funció és la següent:



Es demana:

(0.5 punts cada tipus de conductor: 1 punt en total) A partir de quin moment, després de la ingesta d'alcohol, un conductor pot estar segur que no supera el límit establert? Proporcione una resposta per cada tipus de conductor. La resposta ha de ser el més aproximada possible.

CODI CC2. CIRCUIT. QÜESTIÓ 2

Dos proveïdors, Amotalia i Bemotos, proporcionen a la indústria de la motocicleta 1400 i 1100 peces d'unes determinades característiques, respectivament. El 2 % de les peces produïdes per Amotalia i el 3 % de les de Bemotos són defectuoses. Es demana:

a) **(0.5 punts)** Complete la taula:

	Peces defectuoses	Peces no defectuoses	Total
Proveïdor Amotalia			
Proveïdor Bemotos			
Total			2500

b) **(0.5 punts)** Calcule de forma raonada la probabilitat que una peça provinga del proveïdor Amotalia sabent que és defectuosa.

UNITAT D'AVUACIÓ: ESTRELA MUDÈJAR

En l'art mudèjar es repeteixen diferents motius i patrons geomètrics. Un d'ells és l'estrela mudèjar de 8 puntes que es mostra en la Figura 1:



Figura 1: Detall de la Catedral de Saragossa en el qual s'aprecien estrelles mudèjars

(font https://matematicasentumundo.es/FOTOGRAFIAS/fotografia_laseo.htm,

José María Sorando)

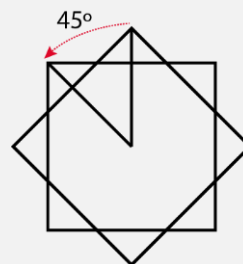


Figura 2: Construcció d'una estrela mudèjar a partir de dos quadrats iguals

Per generar el perfil d'una d'aquestes estrelles mudèjars, es poden utilitzar dos quadrats del mateix costat, girant un d'ells 45° com s'observa a la Figura 2.

CODI EP1. ESTRELA MUDÈJAR. PROBLEMA 1

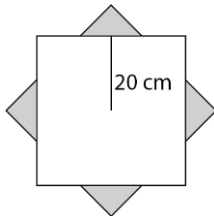
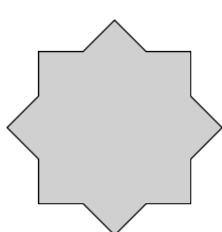
En unes obres de restauració de la catedral es necessita tornar a posar taulells en una zona del mur que conté **estrelles mudèjars** com les que s'observen en la Figura 1 i que s'esquemmatitzen en la Figura 3. Aquestes estrelles es construeixen a partir de dues estrelles mudèjars concèntriques de diferent grandària. La part interior de la xicoteta s'emplena de taulells blancs i la part que queda entre ambdues s'emplena amb taulells de color.



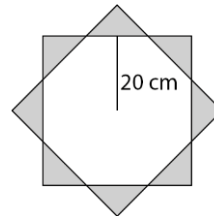
Figura 3

Amb la informació anterior:

- a) **(1.5 punts)** Calcule, en metres quadrats, la superfície de l'estrela exterior, basada en el quadrat de 40 cm de costat. Observe la Figura 4 en la qual es mostra que l'estrela pot descompondre's de diverses formes: un quadrat i 4 triangles; o 1 octàgon i 8 triangles, entre altres:



Proposta de descomposició 1



Proposta de descomposició 2

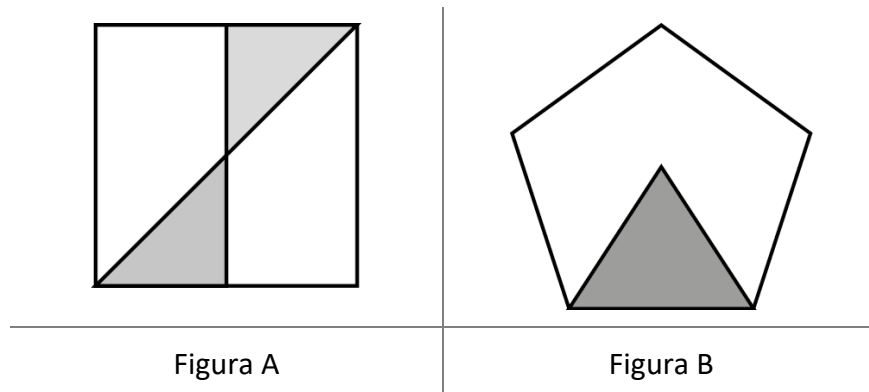
Figura 4

- b) **(1.5 punts)** Per realitzar la reforma es necessiten cinc peces com les de la Figura 3 la part exterior de la qual es basa en un quadrat de **40 cm de costat** i l'interior de **30 cm de costat**. Si els taulells de color costen a 400 € el metre quadrat i els blancs a 100 € el metre quadrat, calcule el preu de la reforma.

Observació: Si no ha resolt l'apartat anterior, supose que el resultat d'aquest apartat és de 0.25 m^2 .

CODI EP2. ESTRELA MUDÈJAR. PROBLEMA 2

Després de la restauració de la catedral, es reobri al públic. En l'esplanada enfront d'aquesta, s'ha col·locat un sòl amb rajoles de les següents formes:



- a) **(1 punt)** En arribar hi ha una mica de cua. Un cartell anuncia que el temps mitjà d'espera és de 10 minuts. En un matí hi ha hagut 19 grups de visitants que han esperat, de mitjana, 10.1 minuts. Si arriba un últim grup, quant hauria de ser el temps d'espera perquè realment es complisca la informació sobre la mitjana anunciada?
- b) **(0.5 punts)** Als visitants, se'ls proposa un joc que consisteix a tirar una fitxa en una de les dues figures A i B. Guanyen un record si la fitxa cau en la zona ombrejada. Calcule de forma raonada la probabilitat que la fitxa caiga en la zona ombrejada en cadascuna de les figures i indique en quina d'elles hi ha més probabilitat de guanyar.
Observació: considere que en llançar la fitxa cadascun dels equips aquesta cau amb tota seguretat sobre la figura que se li ha assignat, que la probabilitat que caiga en tota la superfície és uniforme i que la fitxa cau bé en zona ombrejada o bé en no ombrejada, no en zones intermèdies.
- c) **(1.5 punts)** També es proposa el següent joc de competició entre dos grups:
A cada grup se li entrega una fitxa i se li assigna una figura (A o B).
- El primer grup llançarà una fitxa sobre la seua figura. Si cau en la zona ombrejada, guanya la partida.
 - Si cau en la zona no ombrejada, el torn passa a l'altre grup, que tira la seua fitxa sobre la seua figura. Si la fitxa cau en la zona ombrejada, guanya la partida.
 - En cas contrari acaba el joc amb empat.
- L'equip que llança primer la seua fitxa juga amb la figura amb menor probabilitat d'ombra. Raone quin dels dos equips té major probabilitat de guanyar, el que juga amb la Figura A o el que juga amb la Figura B.

CODI EC1. ESTRELA MUJÈJAR. QÜESTIÓ 1

Els arquitectes que planifiquen la reforma necessiten conèixer les coordenades de diversos punts per fer els plans. Han representat una estrella en uns eixos de coordenades, com es mostra en la Figura 5. La figura s'ha girat respecte a l'eix horitzontal.

Com haurà observat, els punts A, B, C, D, E, F, G i H formen un octàgon regular, com es mostra en la Figura 5. Les coordenades del punt A són (18.35, 11.47).

Com vosté sap, els vèrtexs d'un octàgon són els afixos^(*) de les arrels vuitenes d'un nombre complex.

- (0.25 punts)** Calcule l'angle que forma l'eix d'abscisses amb el segment OD (argument del nombre complex l'afix del qual és D).
- (0.5 punts)** Calcule el mòdul de \overrightarrow{OD} (mòdul del nombre complex l'afix del qual és D). Escriga el nombre complex l'afix del qual és D en forma polar.
- (0.25 punts)** Calcule les coordenades cartesianes de D.

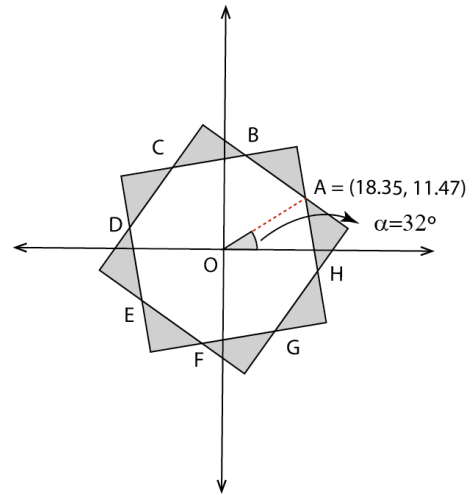


Figura 5

(*) **Afix:** punt del pla que representa les coordenades cartesianes d'un nombre complex.

CODI EC2. ESTRELA MUJÈJAR. QÜESTIÓ 2

(1 punt) Pels actes commemoratius d'un dels centenaris de la catedral, la ciutat ha decidit decorar els carrers amb diferents elements geomètrics. Un tipus de peces que es penjaran sobre els carrers consisteix en perfils metàl·lics amb forma de polígon regular. Les diagonals dels polígons s'adornaran amb cintes de colors.



Una de les següents fórmules proporciona el nombre de cintes que es necessitaran per decorar cadascun dels arcs poligonals segons **el nombre de costats que tinga, al qual denominem n**.

Seleccióne la fórmula que representa el nombre de cintes necessàries segons el nombre de costats del polígon. Només una resposta és correcta. **Raona la resposta.**

A. $(n - 3) \cdot (n - 2)$

C. $\frac{(n-1) \cdot (n-2)}{3}$

B. $\frac{n \cdot (n-3)}{2}$

D. $(n - 3)^2 \cdot (n - 2)$